



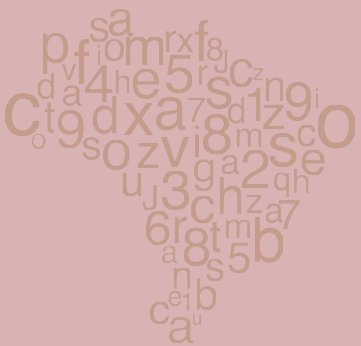
MATEMÁTICA

Números Racionais: conceito e representação

MATEMÁTICA

Números Racionais:
conceito e representação

TP6



TP6

GESTAR I



Ministério
da Educação



Presidência da República

Ministério da Educação

Secretaria de Educação Básica

Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

Diretoria de Assistência a Programas Especiais

**PROGRAMA GESTÃO DA
APRENDIZAGEM ESCOLAR
GESTAR I**

MATEMÁTICA

CADERNO DE TEORIA E PRÁTICA 6

**NÚMEROS RACIONAIS:
CONCEITO E REPRESENTAÇÃO**

**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA
FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE ASSISTÊNCIA A PROGRAMAS ESPECIAIS**

**PROGRAMA GESTÃO DA
APRENDIZAGEM ESCOLAR
GESTAR I**

MATEMÁTICA

CADERNO DE TEORIA E PRÁTICA 6

**NÚMEROS RACIONAIS:
CONCEITO E REPRESENTAÇÃO**

**BRASÍLIA
2007**

© 2007 FNDE/MEC

Todos os direitos reservados ao Ministério da Educação - MEC.
Qualquer parte desta obra pode ser reproduzida desde que citada a fonte.

DIPRO/FNDE/MEC

Via N1 Leste - Pavilhão das Metas
70.150-900 - Brasília - DF
Telefone (61) 3966-5902 / 5907
Página na Internet: www.mec.gov.br

IMPRESSO NO BRASIL

TP6: Número racional: conceito e representação

APRESENTAÇÃO 7

UNIDADE 1: O conceito de número racional 9

 SEÇÃO 1: O número racional como expressão da medida de uma grandeza 9

 SEÇÃO 2: O número racional como forma de expressão do resultado de uma divisão
 entre dois números naturais (com o 2º diferente de zero) ou como uma razão 20

UNIDADE 2: Equivalência de frações 39

 SEÇÃO 1: Construção do conceito de equivalência entre frações 39

 SEÇÃO 2: Comparação e ordenação de números racionais escritos na forma fracionária 48

UNIDADE 3: Os números racionais em sua representação decimal 59

 SEÇÃO 1: O significado da representação decimal de um número racional 60

 SEÇÃO 2: Comparação e ordenação de números racionais na sua
 representação decimal 93

Correção das atividades de estudo

UNIDADE 1 103

UNIDADE 2 108

UNIDADE 3 112

Oficinas de Formação de Professores

Sessão Presencial Introdutória 123

Sessão Presencial Semanal: UNIDADE 1 127

Sessão Presencial Semanal: UNIDADE 2 131

Sessão Presencial Semanal: UNIDADE 3 137

Anexos 143

Apresentação

Professor

Até agora você caminhou por vários campos da Matemática, a começar pelos números naturais, passando pelas figuras geométricas e chegando a lidar com as medidas.

Nesse estudo que você desenvolveu, quase sempre com idas e vindas, às vezes por caminhos trabalhosos, o **número** aparece sempre com presença marcante para indicar o resultado de uma contagem ou o resultado de uma medição.

Neste módulo, você vai dirigir sua atenção, interesse e energia, em especial, aos números que representam resultados de uma medição, ou resultado de comparações entre grandezas, ou ainda o resultado de uma divisão. Enfim, você vai refletir sobre os **números racionais** e trabalhar com eles, para perceber como, a partir de diferentes usos no contexto social, você poderá levar seu aluno a construir esse conceito e a dar significado às suas representações fracionária e decimal.



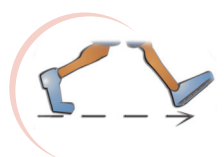
INICIANDO NOSSA CONVERSA

Professor, com certeza você deve concordar com a importância que os números têm em nossa vida.

Os números podem servir como códigos, podem descrever resultados de uma contagem ou de uma medição, podem até mesmo indicar ordem. Desempenhando todas essas funções, eles passaram a ser indispensáveis no cotidiano do homem.

Até agora, você se dedicou ao estudo e ao trabalho com os números naturais. Nesta unidade porém, você vai estudar os números racionais, analisando os seguintes aspectos:

- que números são esses e por que foram criados pelo homem;
- quais são as idéias matemáticas básicas que caracterizam o conceito de número racional;
- como proporcionar a compreensão desses aspectos em sua sala de aula.



DEFININDO NOSSO PONTO DE CHEGADA

Ao final desta unidade, esperamos que você consiga

- explicar a ampliação do conjunto dos números naturais para o conjunto dos números racionais como consequência de situações de medida;
- identificar o número racional a partir de alguns de seus significados: quocientes, parte-todo, razão;
- criar situações didáticas para que o aluno construa a noção de número racional a partir de uma medição, em situações de sua realidade.



Seção 1

O número racional como expressão da medida de uma grandeza

Objetivos a serem alcançados nesta seção:

- explicar a ampliação do conjunto dos números naturais para o conjunto dos números racionais como consequência de situações de medida;

- criar situações didáticas para que o aluno construa a noção de número racional a partir de uma medição, em situações de sua realidade.

Os números com os quais convivemos

No dia 10 de fevereiro de 2001, o jornal Folha de S. Paulo publicou na FOLHINHA, caderno semanal, o texto ao lado.

Com uma rápida olhada nos subtítulos, você pode perceber diferentes registros numéricos: na forma decimal, como 5,8; na forma percentual, como 50% e 60% e também na forma fracionária, como 1/5.

Esses registros numéricos, tão diferentes entre si, representam números, quantidades, com os quais convivemos em nosso dia-a-dia.



Estamos tão acostumados a encontrá-los nos supermercados, nos jornais, nos cartazes das lojas, nos livros em que estudamos que nem nos perguntamos como esses registros surgiram, o que eles significam e que tipo de número eles representam.

 Atividade 1

Professor, leia a matéria publicada no FOLHINHA, exibida acima.

Preencha a tabela seguinte com os números que aparecem no texto. Na segunda coluna descreva como você entende o significado de cada um deles (não considere o texto relativo a "Fontes", no rodapé do texto).

Número	Significado

Seus alunos também convivem com esses números e com essas representações (afinal, a FOLHINHA é um caderno publicado para crianças). A partir dessa familiaridade, desse conhecimento social que os alunos têm sobre esses números, é possível levá-los a

- compreender por que foi necessário criar novos números além dos naturais;
- dar um significado a esses registros com vírgulas, traços e o símbolo (%);
- construir o conceito de número racional.

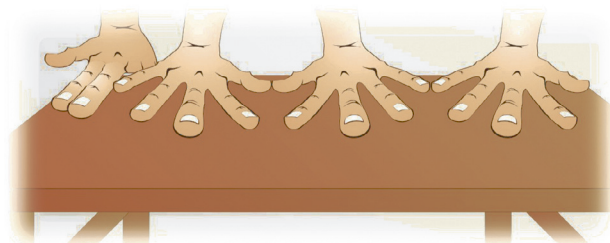
Nesta primeira seção, a intenção é discutir o primeiro desses pontos: por que os números naturais não são suficientes para resolver os problemas que enfrentamos em nosso dia-a-dia e como desenvolver esse assunto nas aulas de Matemática.

O que aconteceu na sala de aula: a medida e a necessidade de um novo tipo de número

João estava medindo o comprimento do tampo de sua carteira com seu palmo, como a professora havia solicitado, quando percebeu que a medida obtida foi de 3 palmos e "mais um tanto" em que não cabia 1 palmo inteiro.

Imediatamente ele colocou seus dedinhos, um ao lado do outro, para preencher o "tanto que faltava" e disse à professora: **minha carteira tem 3 palmos e 2 dedos de comprimento.**

Nessa situação, você pode perceber que João fez, intuitivamente, o que o homem tem feito ao longo de sua história ao medir uma grandeza com uma unidade de medida que não cabe um número inteiro de vezes na grandeza que quer medir.



Ele escolhe, então, uma outra unidade, menor do que a primeira – uma subunidade – para "completar" o comprimento da grandeza inicial.

Essa ação deu origem a um tipo de número diferente de número natural: é o número fracionário.



Atividade 2

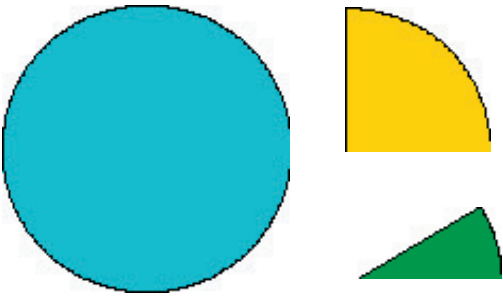
Professor, você vai passar por uma experiência como a de João.

Mãos à obra!

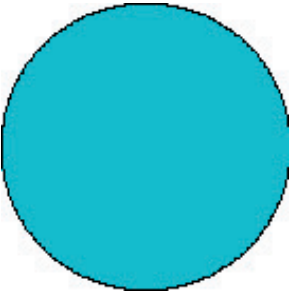
Você vai medir a superfície de uma placa circular como a que você encontrará no Anexo 1.

Junto com essa placa você encontra também duas unidades para efetuar essa medição: uma pintada de amarelo e outra de verde.

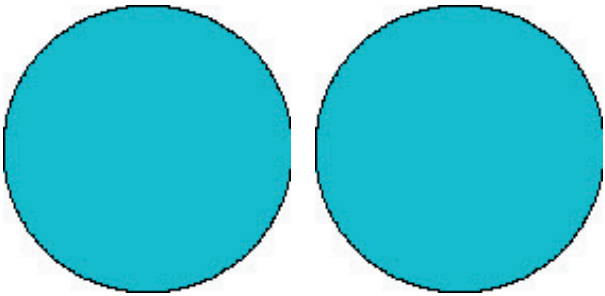
Essas figuras estão reproduzidas ao lado em tamanho menor.



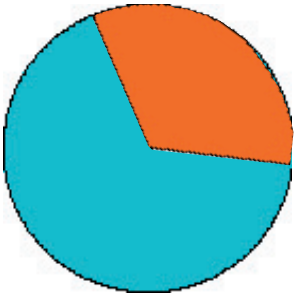
a) Recorte cada unidade de medida do anexo 1, para poder medir a superfície do círculo. A seguir preencha a tabela com as medidas obtidas.

Superfície a ser medida	Medida de superfície	
	com 	com 
		

b) Faça um esquema em cada círculo para representar quantas vezes cada uma dessas unidades cabe no círculo.



No **anexo 2** você encontra o círculo do anexo 1 com uma parte em tamanho menor sombreada e reproduzido a seguir.



- c) Utilizando as unidades de medida que você recortou do anexo 1 meça a parte pintada do círculo do anexo 2.

O que você obteve? _____

- d) Compare sua resposta anterior com a de alguns colegas. Se elas forem diferentes, explique por quê. _____

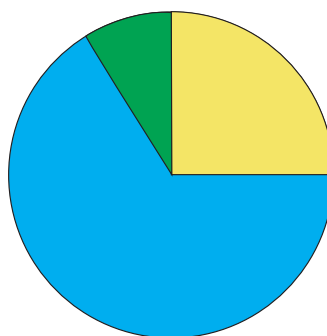
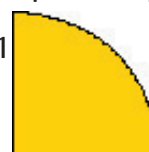
É bem possível que você tenha percebido que, ao medir a parte pintada do círculo usando somente a unidade verde, você obtém uma medida inteira:

4



Entretanto, ao utilizar a unidade amarela para medir a parte sombreada do círculo, verificou que ela cabe 1 vez inteira e sobra um pedaço que pode ser preenchido com a unidade verde. Você pode dizer que a medida obtida é 1

e 1



- e) Agora use _____ para medir a superfície de _____.



A medida obtida é _____.

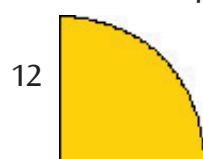
Professor, nas experiências que você realizou com as peças dos anexos 1 e 2 pode estabelecer relação entre

- cada unidade de medida e o círculo todo (quando respondeu a pergunta a);
- cada unidade de medida e a parte do círculo que foi pintada (quando respondeu a pergunta c);
- a unidade verde e a unidade amarela (quando respondeu a pergunta e).

Em alguns casos a unidade de medida considerada coube um número inteiro de vezes na superfície que você mediu como por exemplo 4

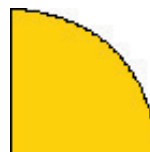


e



12

que são as medidas da superfície do círculo com essas unidades.



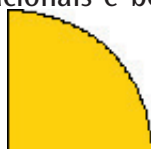
Entretanto, ao medir a parte sombreada do círculo utilizando verificou que ela não coube um número inteiro de vezes nessa parte sombreada, o que não lhe permitiu registrar a medida obtida com um número natural.

Uma atividade como essa tem o objetivo de levar o aluno a perceber que o resultado de uma medição (a medida) pode não ser um número natural.

Se uma atividade assim for proposta aos alunos que estão iniciando o estudo dos números racionais é bem possível que eles forneçam respostas do tipo 1



e 1



Com isso elas estão criando registros próprios para representar essas medidas não inteiras, o que é muito bom para a aprendizagem. No decorrer dos trabalhos, perceberão a necessidade de um registro único, compreensível por todos; notarão, então, a conveniência das convenções para representar os números de uma ou de outra maneira escolhida por todos.

As frações e a relação parte-todo

1º exemplo: Quando a parte é menor que o todo

Num sítio, o administrador resolveu transformar as terras sem vegetação em um grande jardim produtivo. Para tanto, dividiu esse local em vários lotes e cada jardineiro do sítio ficou responsável por 1 ou mais lotes. Cada um desses lotes pode representar uma unidade de medida da área do grande jardim.

João, um dos jardineiros, ficou encarregado de cuidar de um lote que dá para a Alameda da Saudade. Resolveu dividi-lo em 4 partes iguais, plantando violetas numa delas e margaridas nas demais.

Entusiasmado com suas flores prediletas – as margaridas – foi contar ao administrador sobre sua decisão.



Atividade 3

Se você fosse João como descreveria a área destinada à plantação de margaridas?

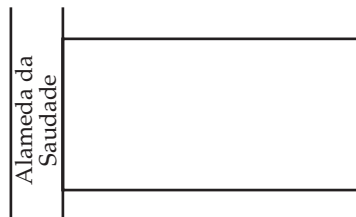
É bem possível que você tenha respondido: “Sr. Administrador vou plantar 3 quartas partes de um lote só com margaridas. Vai ser uma beleza!”. Como 1 lote não cabe uma vez inteira no local destinado ao plantio das margaridas, João escolheu uma subunidade, “quarta parte de um lote”, que cabe 3 vezes na parte a ser plantada com margaridas.

Por outro lado, como o administrador conhece o tamanho de um lote, ele pode ter uma boa idéia do terreno destinado às margaridas (3 quartas partes do lote ou 3 quartos do lote).



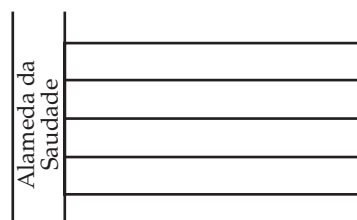
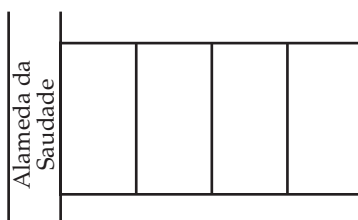
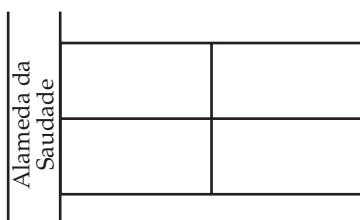
Atividade 4

A figura ao lado representa o lote que João cuida.

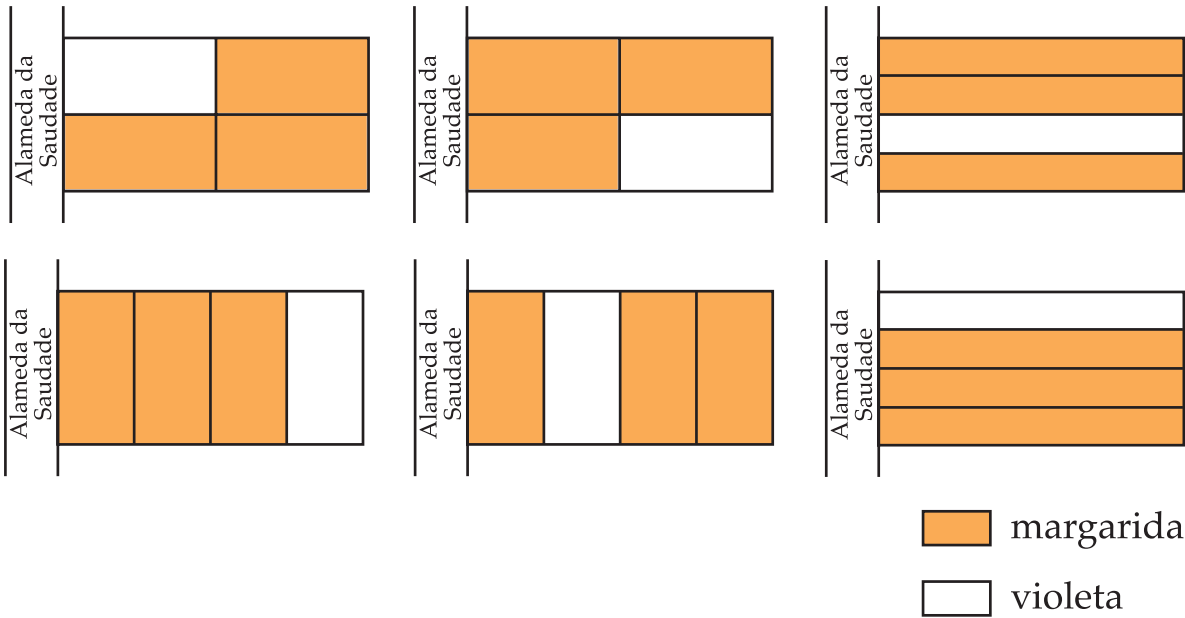


- Represente nele o canteiro de margaridas e o de violetas.
- Compare sua resposta com as de outros colegas e, caso elas não tenham sido iguais, explique a razão.

É claro que João pode ter dividido seu lote de várias maneiras diferentes, mas sempre em 4 partes iguais. Observe:



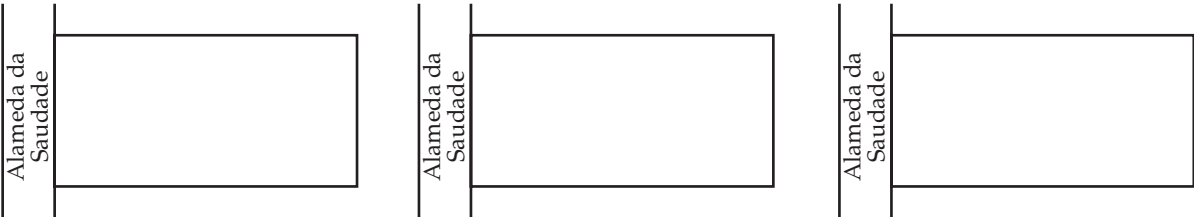
É claro, que por exemplo ele pode ter escolhido 3 dessas partes para plantar margaridas de modos diferentes como por exemplo:





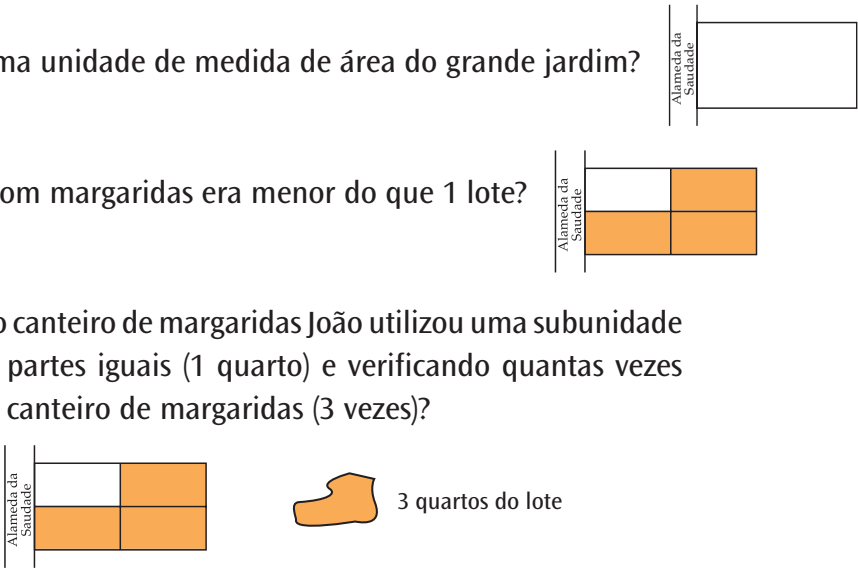
Atividade 5

Represente outras três possibilidades diferentes das anteriores para o plantio das margaridas e violetas no lote de João.



Você reparou que:

- inicialmente o lote era uma unidade de medida de área do grande jardim?
- a parte do lote plantada com margaridas era menor do que 1 lote?
- para expressar a medida do canteiro de margaridas João utilizou uma subunidade do lote dividindo-o em 4 partes iguais (1 quarto) e verificando quantas vezes essa quarta parte cabe no canteiro de margaridas (3 vezes)?



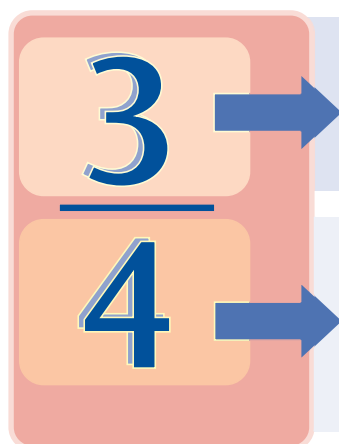
A medida da área do canteiro de margaridas (3 quartos do lote) pode ser escrita assim: $\frac{3}{4}$ do lote e se lê “três quartos do lote”.

Esse símbolo ($\frac{3}{4}$) tem o nome de fração. Ele está associado ao número 3 (medida da área do canteiro de margaridas) quando se tomou a unidade de medida “1 quarto do lote”.

O número representado por essa fração é chamado de número fracionário e indica que o lote foi dividido em 4 partes iguais e que em 3 delas foram plantadas margaridas.

A fração é composta por dois números naturais separados por um traço.

“O número que fica acima do traço, na fração, indica quantas partes estão sendo consideradas e indica a quantidade de vezes que...”



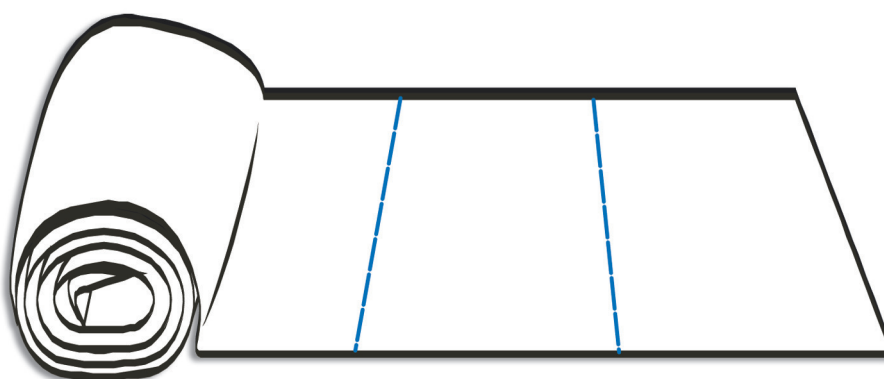
O número que fica acima do traço indica quantas partes estão sendo consideradas e a quantidade de vezes que 1 quarto cabe no canteiro de margaridas.

O número que fica abaixo do traço indica em quantas partes iguais o inteiro (o lote) foi dividido e descreve que “tipo” de parte estamos tomando como unidade de medida (1 quarto).

Nesse exemplo, a fração $\frac{3}{4}$ está descrevendo uma relação que João estabeleceu entre parte do lote e o lote todo.

2º exemplo: Quando a parte é “mais” do que o todo.

“Júlia quer fazer 8 toalhas de mão e Dulce, 2. A tecelagem *São José* produz peças de algodão branco. Elas compraram duas dessas peças.”

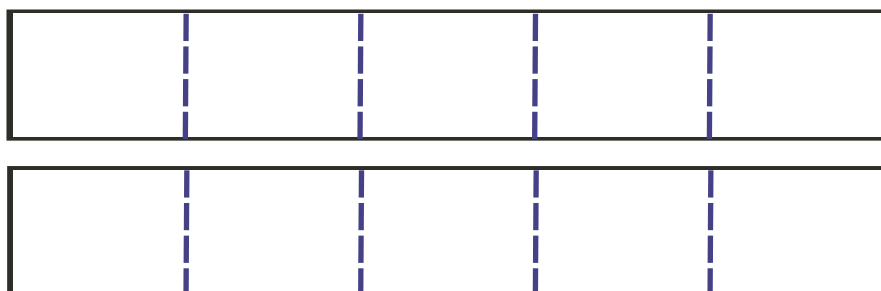


Observação: Cada peça traz marcado, com um fio azul, o local para dividí-la em 5 toalhas iguais.



Atividade 6

Abaixo estão representadas as duas peças de algodão que Júlia e Dulce compraram, depois de desenroladas.



a) Com a tesoura você faz um único corte para separar a parte de tecido que cabe a Júlia da que cabe a Dulce. Represente aqui a parte de cada uma.

b) Na representação acima, identifique as toalhas de Júlia com **J** e as de Dulce com **D**.

c) Cada toalha marcada é uma parte de uma peça de algodão. Que fração representa

- essa parte da peça? _____

- a parte da peça comprada por Dulce? _____

- a parte da peça comprada por Júlia? _____

d) Alguma das duas amigas comprou mais de 1 peça de algodão? Por quê?

Também nesse exemplo estamos estabelecendo relações entre “parte e o todo”. No caso, o todo é 1 peça de algodão.

A quantidade de tecido comprada por Júlia é constituída de 1 peça e mais uma parte da peça que pode ser representada por $1 \frac{3}{4}$.

A quantidade de tecido comprada por Dulce é uma outra parte de 1 peça que podemos representar por $\frac{2}{5}$.

É possível que você tenha respondido a pergunta c com as frações:

1 toalha representa $\frac{1}{5}$ da peça;

a parte de Dulce representa $\frac{2}{5}$ da peça;

a parte de Júlia representa $\frac{8}{5}$ da peça.

Desse modo, podemos concluir que os registros $\frac{8}{5}$ e $1 \frac{3}{5}$ representam a quantidade de tecido comprada por Júlia.

As frações e a relação parte-todo entre grandezas que são contadas.

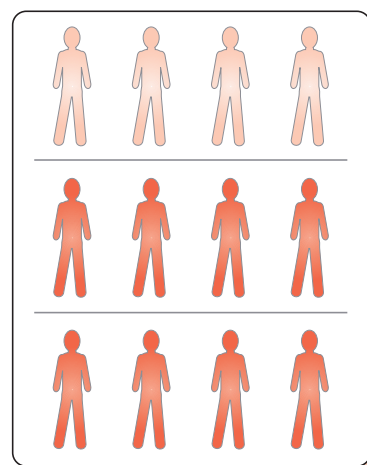
Uma fração também pode representar um número fracionário que indica a relação entre parte de uma coleção de objetos e a coleção toda.

Veja só esse exemplo:

Antes do início de uma reunião com os amigos, João foi informado de que apenas $\frac{2}{3}$ das 12 pessoas convidadas confirmaram presença. Além de sua cadeira, que já se encontrava na sala de reuniões, João providenciou outras 8.

A informação recebida por João – **somente $\frac{2}{3}$ dos convidados virão à reunião** – expressa uma comparação entre **o número de convidados** que confirmou presença e virá para a reunião e o total de pessoas convidadas.

Como João conhecia o número de pessoas convidadas não foi difícil saber quantas viriam: reparou as 12 pessoas em 3 grupos com a mesma quantidade de pessoas tendo 4 pessoas em cada grupo. Considerou, então, 2 desses grupos, obtendo 8 pessoas que confirmaram presença.



Como cada pessoa ocupa 1 cadeira, João providenciou 8 cadeiras.

Com esses exemplos você percebe que:

- uma fração pode expressar uma relação entre partes de um todo e o todo;
- essa relação tem por base a noção de medida;
- para estabelecer a relação parte-todo é preciso inicialmente identificar o inteiro (o todo);
- é preciso desenvolver a habilidade de realizar divisões de todo em partes iguais (no tamanho) e perceber que o todo se conserva quando o dividimos em pedaços;
- é preciso lidar com a idéia de área no caso das grandezas contínuas, que são aquelas que podem ser fracionadas como no exemplo da Atividade 4.

“Para estabelecer a relação parte-todo é preciso inicialmente identificar o inteiro .”



Seção 2

O número racional como forma de expressão do resultado de uma divisão entre dois números naturais (com o 2º diferente de zero) ou como uma razão.

Objetivos a serem alcançados nesta seção:

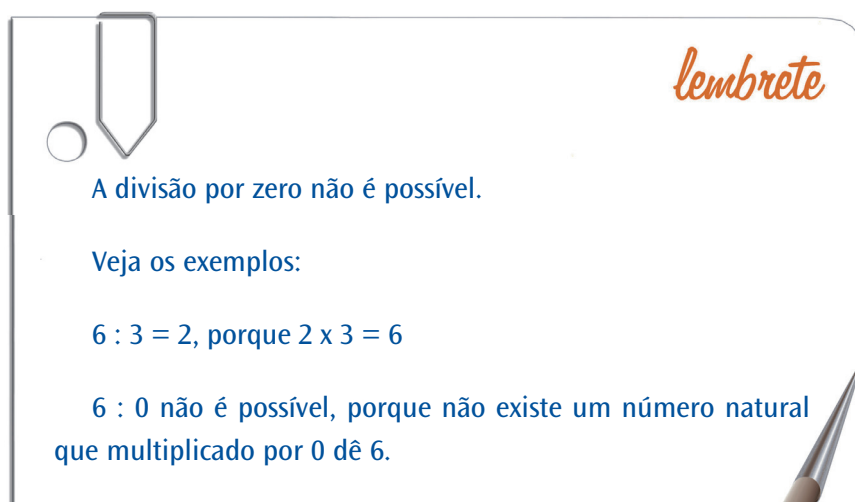
- identificar o número racional a partir de alguns de seus significados: quociente, parte-todo, razão como resultado de divisões e de comparações;
- criar situações didáticas para que o aluno construa essa noção, a partir de situações de sua realidade.

Repartir: uma ação que ajuda a construir a idéia de número fracionário

Você viu que a construção da idéia de número fracionário e da fração que o representa está relacionada à medida.

Entretanto, a construção dessa idéia também pode estar relacionada à divisão entre dois números naturais (sendo que o segundo deles não pode ser zero).

A divisão entre números naturais, por sua vez, está ligada às idéias de repartir igualmente e de medir.



Diante desse conjunto de considerações/possibilidades é razoável, então, fazer com que nosso aluno construa a idéia de número fracionário a partir de situações que envolvam as idéias de medir e de repartir igualmente. Vamos ver como isso pode ser feito?

Você já lidou com esses dois aspectos (repartir igualmente e medir) em cadernos de Teoria e Prática anteriores, embora, naqueles momentos, a preocupação não tenha sido a de estudar o número fracionário.

Lembra-se do TP 3, onde você analisou a **divisão de números naturais** e do TP 4, quando trabalhou com **grandezas e medidas**?

Pois bem, vamos retomar algumas das idéias lá abordadas e utilizá-las em exemplos que permitam ao aluno compreender esse novo tipo de número, o fracionário, em outras situações.

A atividade sugerida e discutida a seguir é adaptação de uma situação já apresentada no TP 1, agora proposta com outros objetivos.



Construindo blocos de anotações

Professor, enquanto seus alunos lidavam apenas com números naturais, um problema de distribuição de folhas em quantidades iguais para algumas pessoas poderia levá-los a dar um certo número de folhas inteiras para cada pessoa, restando ou não algumas folhas após a distribuição.

Por exemplo, ao distribuir 5 folhas igualmente para 4 pessoas, naquele momento, o aluno daria 1 folha para cada pessoa e sobraria 1 folha; poderia mesmo registrar uma divisão de números naturais assim

$$\begin{array}{r|l} 5 & 4 \\ \hline 1 & 1 \end{array}$$

Agora, o que se deseja é que **todas** as folhas sejam **distribuídas igualmente**.

Para tanto, você pode organizar os alunos em grupos de 4 crianças, dando a cada grupo 5 folhas de papel sulfite com a seguinte proposta:

Hoje, cada um de vocês vai fazer um bloco retangular para tomar notas, com o papel que dei a cada grupo.

Como vocês poderão repartir igualmente todas essas 5 folhas entre os 4 colegas do grupo, para que os blocos sejam iguais entre si, com folhas iguais, e o tamanho de cada folha do bloco seja o maior possível?

Quantas folhas cada aluno receberá para fazer o bloco?

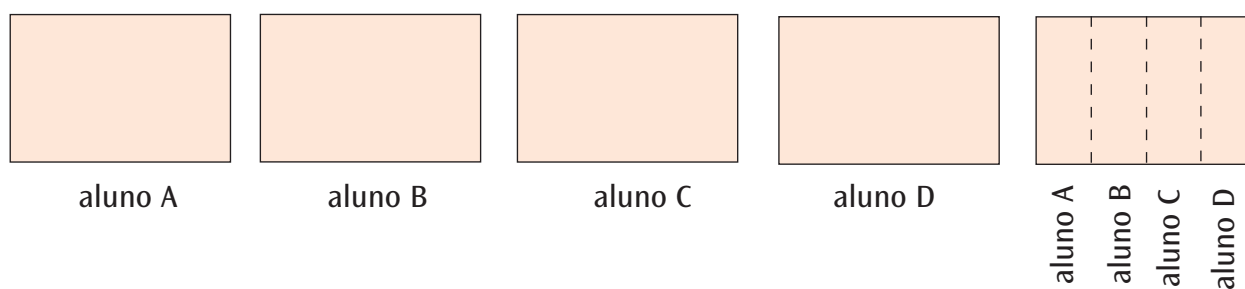
Quanto papel terá cada bloco?

Professor, como todas as folhas devem ser distribuídas igualmente e 5 não é divisível por 4, essa situação forçará os alunos a buscarem estratégias para resolver o problema, atendendo ao pedido da professora.

Diversas resoluções podem surgir entre os grupos. Vamos examinar duas delas?

1ª resolução

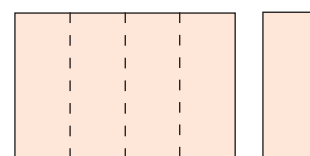
Esta resolução está baseada na idéia de distribuir 1 folha para cada colega do grupo e dividir em 4 partes iguais a folha que sobra, fazendo uma nova distribuição dos pedaços menores obtidos.



Cada aluno recebe 1 folha inteira e um pedaço de folha



Para fazer o bloco com esse papel, cada folha do bloco deverá ter o tamanho do pedaço menor.

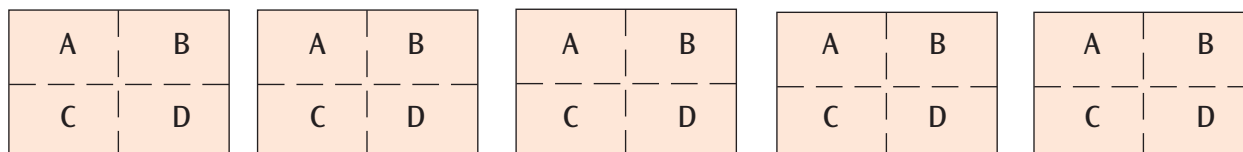


Assim, o bloco terá 5 "folhinhas" ou 5



2ª resolução

É possível que apareça outra estratégia que é a de repartir cada folha igualmente em 4 pedaços e dar 1 deles a cada aluno do grupo, até esgotar todas as 5 folhas.



Cada aluno do grupo receberá 5 pedaços de folha.

Por exemplo, o aluno A deverá receber:



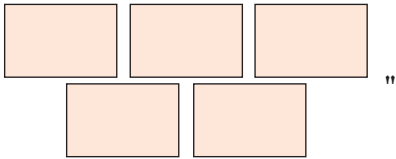
O bloco terá 5 "folhinhas" ou 5



Você pode notar que este é um problema de divisão (5 folhas : 4 pessoas), em que as crianças não necessitaram de notações especiais para responder às perguntas **Quantas folhas receberá cada aluno?** ou **Quanto papel terá o bloco?**

Respostas como:

"Cada aluno do grupo receberá 5 pedaços de folha



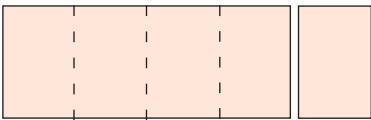
ou

"Cada aluno receberá 1 folha e um pedaço de folha



ou ainda

"Cada aluno receberá 1 folha e a quarta parte de outra folha."

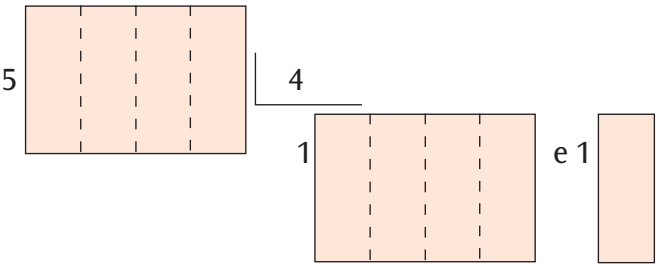
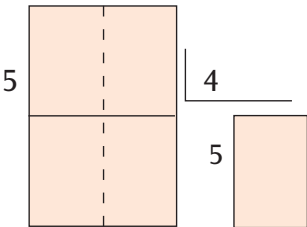


devem ser valorizadas neste momento, pois elas mostram que a idéia de repartir igualmente todas as folhas foi garantida.

Após essa ação concreta de repartir as folhas igualmente entre as crianças e a tentativa de registrar a quantia de papel que coube a cada uma, os alunos poderão ser solicitados a registrar a "conta" que corresponde à resolução que fizeram. É possível que apareçam registros do tipo

$$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \end{array}$$

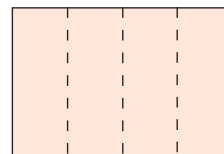
1 folha e 1 pedaço



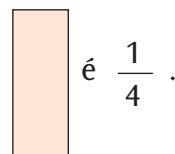
O que interessa neste momento é que os alunos identifiquem a divisão de 5 por 4 como a operação que permite encontrar a solução do problema, embora ainda não conheçam um registro apropriado para expressar o resultado.

É claro que o registro $\frac{1}{4}$ que representa a parte da folha que cada aluno recebeu, além da folha inteira, deve ser informado pelo professor, recorrendo à ação desenvolvida pelo aluno. Por exemplo, em relação à primeira resolução, o professor pode dizer:

Você dividiu a folha que sobrou em 4 partes iguais:



A maneira de representar cada uma dessas partes



Ou seja: você pode dizer que **o resultado de $1 : 4$ é $\frac{1}{4}$** .

Ao repartir igualmente 1 folha entre os quatro alunos do grupo, cada um receberá uma **quantidade** de papel, que é indicada por um número. Esse é um “novo tipo” de número, chamado **número fracionário**.

$$1 : 4 = \frac{1}{4}$$

Você já sabe que, no caso de se ter 8 folhas para repartir igualmente entre as 4 pessoas, a quantidade de folhas que cada uma receberia, é indicada por um **número natural**.

$$8 : 4 = 2$$

Da mesma maneira, na segunda resolução é possível argumentar com o aluno que cada pessoa recebeu 5 pedaços de 1 quarto, isto é 5 quartos, escrevendo, a seguir, que cada pessoa recebeu ao todo $\frac{5}{4}$ de folha. Isso significa também que ao dividir 5 folhas em 4 partes iguais, obtemos $\frac{5}{4}$ de folha para cada parte, ou seja:

$$\text{o resultado de } 5 : 4 \text{ é } \frac{5}{4}.$$

Assim dois dos significados de um número fracionário estão sendo introduzidos, a partir de uma mesma situação:

- o número fracionário como o quociente de uma divisão, quociente esse que não pode ser indicado por um número natural.

$$5 : 4 = \frac{5}{4}$$

- O número fracionário como o indicador de uma relação parte-todo: cada folha foi repartida em 4 partes iguais e cada uma dessas partes (a quarta parte da folha) é indicada por $\frac{1}{4}$ (um quarto). No caso, cada pessoa recebeu 5 dessas partes (5 quartos), quantidade indicada pelo número fracionário cuja representação é $\frac{5}{4}$.

Isso significa dizer que, se a folha nos dá 4 partes, tendo cada pessoa recebido 5 partes, houve necessidade de se cortar mais de uma folha de papel.

Esse problema pode sofrer alguma variação para que o aluno possa perceber que, mesmo que o número de folhas seja menor que o número de pessoas do grupo, é possível repartir o papel igualmente pelas pessoas. Neste caso, cada colega não receberá 1 folha inteira. Para exemplificar, você poderá colocar para a classe a seguinte questão:

Quanto papel receberia cada aluno se eu desse ao grupo 3 folhas de sulfite?

E o bloco, com quantas folhas ficaria?

A respeito de um problema como esse, as professoras Maria Manoela M. S. David e Maria da Conceição F. R. Fonseca, em seu artigo “Número racional e a representação fracionária”, publicado na revista *Presença Pedagógica*, Belo horizonte, Ed. Dimensão (v.3; n.14;mar./abr.1997), comentam que “quando expostos a esse problema, os alunos em geral respondem de duas maneiras:

- apresentam a resposta $\frac{3}{4}$, mas não se utilizam da operação de $3 : 4$ para encontrá-la.
- fazem a divisão e apresentam como respostas 0,75.

Ambas as respostas sugerem uma mesma dificuldade: os alunos não conseguem perceber o $\frac{3}{4}$ como um número, e portanto não podem aceitá-lo como resposta de uma operação.”

As autoras sugerem que, para os alunos do primeiro caso, o professor apresente outros problemas de mesma natureza (situação de partilha equitativa) nos quais os alunos consigam identificar com facilidade a operação de divisão como a que propicia a resolução dos problemas. Por exemplo: A professora também distribui para cada grupo com 4 alunos, 12 borrachas; quantas borrachas coube a cada aluno do grupo se elas foram repartidas igualmente?

É evidente que a operação de divisão responde a essa questão $12:4 = 3$.

Comparando as duas situações – a da distribuição das folhas e das borrachas – as crianças passam a perceber que do mesmo modo que 3 é a resposta para $12:4$, também o número $\frac{3}{4}$ é a resposta para a operação $3 : 4$.



Atividade 7

- a) Professor, você já desenvolveu com seus alunos um trabalho para introduzir o estudo dos números fracionários? Como você fez essa introdução em sua sala de aula?

- b) Voltando à atividade "Distribuindo igualmente folhas entre os colegas", você considera que os blocos feitos pelos grupos que propuseram a 1ª resolução são iguais aos blocos dos alunos que fizeram a 2ª resolução? Por quê?

Para responder a esta pergunta pegue folhas de revistas velhas e faça as distribuições mencionadas no texto.

Professor, você deve ter notado que como as folhas podem ser repartidas igualmente de maneiras diferentes, os blocos obtidos também serão diferentes na forma, embora a quantidade de papel que coube a cada bloco seja a mesma: $\frac{5}{4}$ de folha.

Estamos lidando, nesse caso, com a equivalência da superfície das folhinhas dos blocos (cada folhinha tem $\frac{1}{4}$ da de sulfite) mas não com a igualdade das formas das folhinhas dos dois blocos.

Ampliando a noção de número fracionário por meio da divisão e da medida

Na Seção 1 você já lidou com a idéia de medir, ao comparar partes de um todo com o próprio todo, para iniciar a construção do conceito de número fracionário.

A idéia de medir também está presente na divisão, quando perguntamos “quanto cabe?”

A atividade, a seguir, pode levar o aluno a relacionar essas idéias com números fracionários e com sua representação fracionária.



INDO À SALA DE AULA

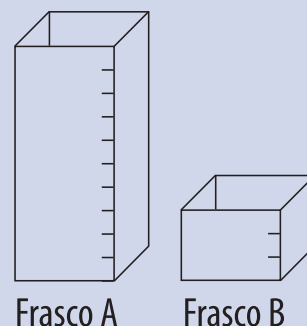
Os recipientes

Professor você pode propor uma atividade como esta, para que os alunos comparem a capacidade de dois recipientes, de tal modo que o resultado dessa comparação seja um número fracionário.

Apresente às crianças a figura ao lado, explicando que os dois recipientes têm bases iguais sendo diferentes somente na altura.

Proponha às crianças a seguinte questão.

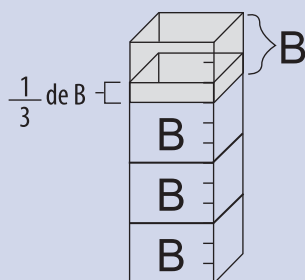
“Quantos frascos do **tipo B**, cheios de água, são necessários para encher o frasco **tipo A**?”



INDO À SALA DE AULA



Nesse caso, ao comparar os dois frascos, o aluno verifica que são necessários 3 frascos do tipo B e “mais um pouco” de água do B para completar o frasco A.



Como as divisões nos dois frascos tem a mesma altura, é fácil perceber que essa porção representa a terça parte da capacidade do frasco B.

Então em A cabem 3 frascos B e mais $\frac{1}{3}$ do frasco B.



Nesse caso os alunos poderão perceber que a medida da capacidade de **A**, quando se toma **B** como unidade de medida, é $3\text{B} + \frac{1}{3}\text{B}$. Por outro lado eles já sabem que a medida de uma grandeza é um número. Assim, você poderá informá-los que esse número também pode ser escrito assim: $3\frac{1}{3}$.

Esse número que está representado numa forma mista (uma parte inteira e outra fracionária) é um número fracionário, já que ele indica que **B** não cabe um número inteiro de vezes em **A**.

Quantas vezes $\frac{1}{3}$ cabe em **A**?

Contando na figura acima podemos observar que $\frac{1}{3}$ cabe 10 vezes em **A**.

Cabe ainda uma pergunta: será que esse número ($3\frac{1}{3}$) pode ser representado por $\frac{10}{3}$?

É razoável pensar nisso, já que para obter $3\frac{1}{3}$ verificamos quantas vezes as 3 divisões de **B** cabem nas 10 divisões de **A**.

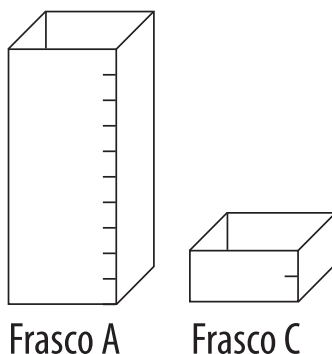
Ora, em **A** cabem 3 frascos inteiros **B** e mais 1 terço de **B**. Como em cada frasco inteiro **B** temos 3 terços de **B**, então em 3 frascos teremos 9 terços de **B** (3×3 terços).

Assim, em **A** cabem 9 terços de **B** e mais 1 terço de **B** que são 10 terços, que pode ser escrito $\frac{10}{3}$.



Atividade 8

Professor, agora você tem o frasco **A** e o frasco **C** com bases iguais.



- a) Qual é a medida da capacidade do frasco **A** quando você toma **C** como unidade de medida? _____

Explique como você fez para encontrar essa medida.

- b) Você acha razoável expressar essa medida por $\frac{10}{2}$? Por quê?

Ao responder as perguntas acima, você deve ter percebido que como o recipiente **A** tem 10 divisões e **C** tem 2, então **C** cabe 5 vezes exatamente em **A**, pois $10 : 2 = 5$.

Assim, **A** contém 5 frascos **C**.

Por outro lado você pode notar que em **A** cabem 10 metades de **C**, isto é, $\frac{10}{2}$ de **C**. Assim, podemos escrever que $5 = \frac{10}{2}$

Então $\frac{10}{2}$ é uma fração que representa o número natural 5.

Assim como aconteceu com 5 e com $3\frac{1}{3}$, que foram representados pelas frações $\frac{10}{2}$ e $\frac{10}{3}$, todos os números naturais e todos os números fracionários podem ser representados por frações.

Nas frações, os dois termos são números naturais, sendo que o segundo número – o denominador – não pode ser zero. Os números que têm essa propriedade são chamados de **números racionais**.

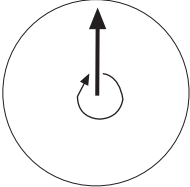
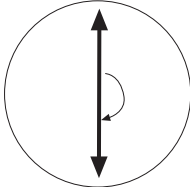
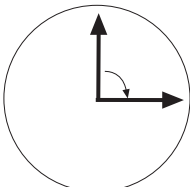
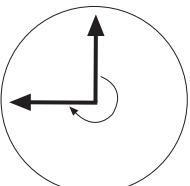


Atividade 9

Como você acabou de ver,

- é possível representar, tanto os números naturais como os fracionários por meio de frações;
- a fração é um símbolo, associado a um número que pode indicar o resultado da divisão de dois números naturais.

Então, preencha a tabela, observando que o relógio foi dividido em 4 partes iguais.

Movimento do ponteiro grande	Quantidade de voltas	Tempo gasto pelo ponteiro nesse movimento (em minutos)	Tempo gasto pelo ponteiro nesse movimento (em horas)
	1	60	1
		30	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$		
			

Examine a tabela que você preencheu e diga o que observa nela.

Numa atividade como essa, estamos levando em conta a familiaridade do aluno com os giros dos ponteiros do relógio, com a proporcionalidade e com a relação parte-todo.

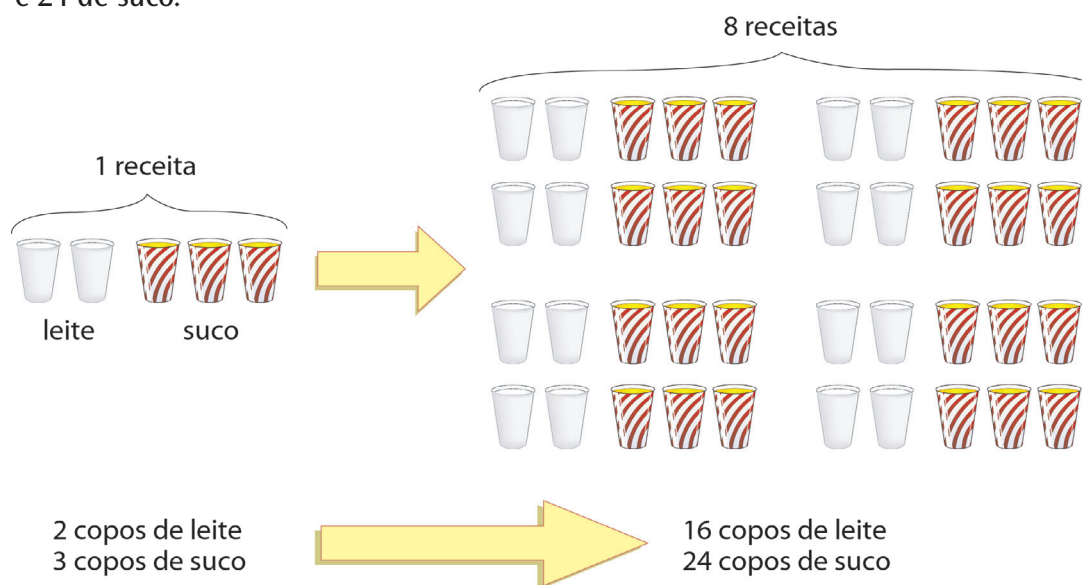
Comparar, sem medir, também favorece a compreensão dos números fracionários e suas representações.

Muitas vezes comparamos quantidades ou medidas sem a intenção de encontrar uma medida.

Veja só!

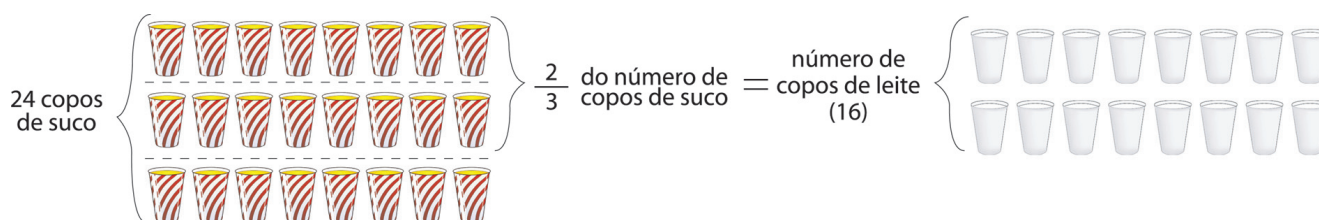
Para fazer um bolo de laranja, de acordo com a receita, são necessários 2 copos de leite e 3 copos de suco de laranja, além de outros ingredientes. Isso significa que a relação entre a quantidade de leite e a quantidade de suco utilizados nessa receita é de 2 para 3.

Ao fazer oito dessas receitas para uma festa, uma doceira utilizou 16 copos de leite e 24 de suco.



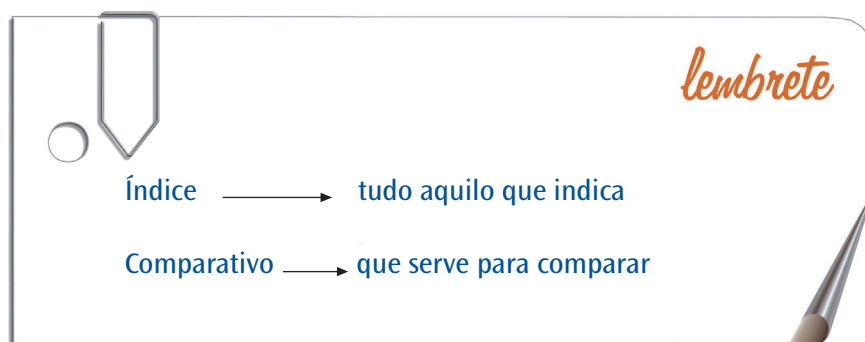
Você pode observar que, tanto para 1 receita como para 8 receitas, a relação 2 copos de leite para 3 copos de suco se mantém.

Isso significa que podemos dividir os 24 copos de suco em 3 grupos iguais. Se considerarmos 2 desses grupos obtemos o mesmo número de copos de leite (16).



Os 16 copos de leite representam $\frac{2}{3}$ dos 24 copos de suco.

Esse fato nos permite utilizar a fração $\frac{2}{3}$ como um índice comparativo entre o número de copos de leite e o número de copos de suco utilizados nas oito receitas.



Atividade 10

Se a doceira fizesse 12 receitas desse bolo, qual seria o índice comparativo que expressa a relação entre o número de copos de leite e o número de copos de suco de laranja? Por quê?

Você reparou que quando comparamos o número de copos de leite e o número de copos de suco utilizados nas receitas do tal bolo, obtemos sempre $\frac{2}{3}$? Isso se deve ao fato de podermos sempre dividir o número de copos de suco em 3 partes iguais e tomar 2 delas para obter o número de copos de leite.

Desse modo, uma fração também pode representar o resultado da comparação de duas quantidades. Entretanto, ela também pode ser interpretada como um índice comparativo entre duas medidas.

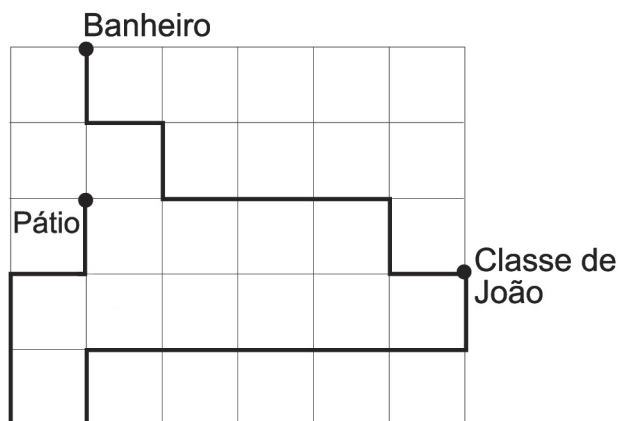
As escalas dos mapas são um bom exemplo disso. É muito comum encontrarmos em mapas uma escala expressa por 1:100 000, o que significa que cada 1cm no mapa representa 100 000 cm (1 km) na realidade. Nesse caso, comparamos duas medidas (1cm e 100 000 cm) e a relação estabelecida entre elas podem ser expressas pela fração $\frac{1}{100\,000}$ pois qualquer comprimento no mapa é $\frac{1}{100\,000}$ do comprimento real.



Atividade 11

O mapa abaixo representa os caminhos que vão da classe de João ao pátio e ao banheiro.

O lado de cada quadradinho da malha mede 1cm, que representa 1 metro na realidade.



- a) Quanto mede o comprimento de cada um desses caminhos? _____
- b) Quem percorre esses caminhos indo do banheiro ao pátio, passando pela classe de João, quantos metros anda? _____
- c) Descreva, com um número fracionário, o resultado da comparação do comprimento do caminho “classe de João – banheiro” com o comprimento do caminho “classe de João – pátio”. _____
- d) Compare sua resposta anterior com as de outros colegas e caso tenham sido diferentes, explique o motivo.
- _____
- _____
- _____
- e) Caso você não tenha encontrado uma resposta diferente da sua, em c, pense numa resposta diferente.
- _____
- _____
- _____

A seguir, você vai analisar outros três exemplos nos quais a fração aparece como um índice comparativo.



lembrete

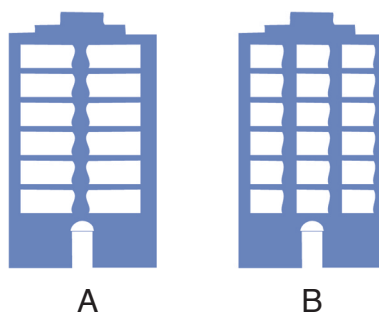
Quando uma fração representa um índice comparativo ela é denominada razão.

1º exemplo

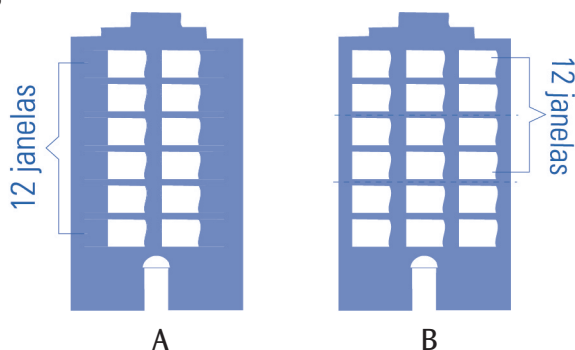
As fachadas dos prédios ao lado têm todas as janelas iguais.

É muito fácil verificar que para cada janela da fachada do prédio A não existe uma única janela na fachada de B, simplesmente porque os dois prédios não têm o mesmo número de janelas na fachada.

Entretanto, se agruparmos as janelas de A de 2 em 2 e as de B de 3 em 3, obteremos a mesma quantidade de grupos de janelas nos dois edifícios. Isso significa que **para cada 2 janelas da fachada de A, existem 3 janelas na fachada de B.**



O símbolo $\frac{2}{3}$ é adequado para descrever essa situação pois podemos ver que, se no prédio B dividirmos as janelas igualmente em 3 grupos e tomarmos 2 desses grupos, eles terão o mesmo número de janelas do prédio A. Ou seja, as janelas de A correspondem a $\frac{2}{3}$ das janelas de B.



Atividade 12

- a) Agrupe, de um modo diferente, as janelas de A e de B, de maneira a obter o mesmo número de grupos de janelas nos dois edifícios. É proibido partir janelas!

- b) Nesse caso, que número fracionário você considera conveniente para descrever essa comparação entre a quantidade de janelas de A e a quantidade de janelas de B?

Por quê? _____

Dois pequenos desafios:

- c) Se uma faxineira cobra R\$ 36,00 para limpar as janelas da fachada do edifício B, quanto ela deveria cobrar para limpar as janelas da fachada de ? Justifique sua resposta.

Professor, se você tiver a oportunidade de discutir essa atividade com algum colega, verifique se ele deu a mesma resposta que você, para a pergunta . Caso ele tenha dado uma resposta diferente, explique a que você atribui esse fato.

O professor de uma 3ª série pediu a seus alunos que fizessem uma pesquisa. Eles deveriam abordar 100 alunos do período em que estudavam e perguntar qual o sabor de sorvete preferido, qual o divertimento de que mais gostavam e qual o índice de incidência de sarampo entre esses alunos. As equipes de João e de Maria entrevistaram crianças diferentes e os resultados que obtiveram foram arrumados na tabela abaixo:

	Sabor preferido			Divertimento preferido			Teve sarampo	
	Chocolate	Limão	Uva	Jogar video game	Praticar esporte	Ir ao cinema	Sim	Não
Equipe de João	60	25	15	20	70	10	7	93
Equipe de Maria	50	30	20	36	42	22	5	95

Diante desses resultados, os alunos verificaram, por exemplo, que, enquanto a pesquisa da equipe aponta que 30 entre 100 alunos preferem sorvete sabor limão, a equipe aponta que essa relação é de 25 para 100. Nesse caso, a equipe escreveu que $\frac{30}{100}$ dos alunos pesquisados representa a quantidade de alunos que preferem sabor limão e a equipe escreveu $\frac{25}{100}$.

A professora informou, também, que uma outra maneira de representarem esses números é 30% e 25%, respectivamente. O símbolo % (por cento) significa que o número à esquerda desse símbolo está sendo comparado com 100 e lê-se “30 por cento” e “25 por cento”.

Estamos estabelecendo a razão entre número de alunos que prefere sabor limão e o total pesquisado.

Essa relação, como já vimos, pode ser representada por uma fração que significa 30 em 100.

O número fracionário representado pela fração $\frac{30}{100}$ está na .
Quando representamos esse mesmo número por 30%, estamos utilizando a .

Se o total de alunos pesquisados puder ser dividido em grupos de 100, todos com uma mesma quantidade de alunos que preferem sabor limão, então é possível expressar a relação entre esses alunos e o total na forma percentual.

Por exemplo, se uma pesquisa é feita entre 200 alunos e constata-se que 60 preferem sabor limão, ainda assim podemos dizer que 30% dos alunos pesquisados preferem sabor limão, já que podemos dividir 200 em dois grupos de 100 alunos com 30 que preferem limão, em cada um desses grupos.



Atividade 13

Agora é com você professor. Baseado na tabela anterior, represente, em cada linha, na forma fracionária e na forma percentual o resultado das seguintes comparações:

a) considerando os alunos pesquisados pela equipe .

- número de alunos que preferem sorvete sabor uva em relação ao total de alunos pesquisados pela equipe . _____
- número de alunos que tiveram sarampo, em relação ao total de alunos pesquisados pela equipe . _____
- número de alunos que preferem ir ao cinema em relação ao total de alunos pesquisados pela equipe . _____

b) considerando os alunos pesquisados pela equipe .

- número de alunos que não preferem jogar vídeo game em relação ao total de alunos pesquisados pela equipe . _____
- número de alunos que não tiveram sarampo em relação ao total de alunos pesquisados pela equipe . _____
- número de alunos cujo divertimento preferido é praticar esportes ou ir ao cinema em relação ao total de alunos pesquisados pela equipe J. _____

3º exemplo

Em uma escola estão ensaiando uma dança folclórica, onde são formadas rodas com a menor quantidade possível de homens e de mulheres.

Em todas as rodas há o mesmo número de homens e o mesmo número de mulheres.

No primeiro ensaio, apareceram 18 mulheres e 24 homens.

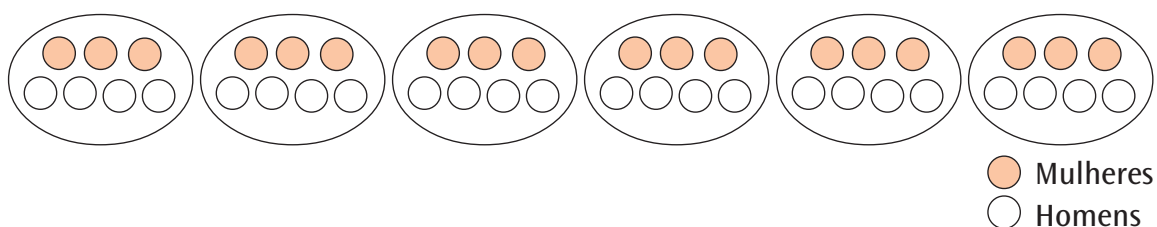
No segundo, 20 mulheres e 40 homens.

Em qual dos ensaios as rodas ficaram mais cheias de mulheres?

1º ensaio

Como você está estabelecendo uma relação entre o número de mulheres e o número de homens, pode representá-la como a fração $\frac{18}{24}$. Isso significa que, se dividirmos o total de homens em 24 partes iguais e tomarmos 18 dessas partes, elas conterão a mesma quantidade de mulheres que compareceram ao ensaio.

Para distribuir os homens e mulheres em rodas, todas com números iguais de homens e mulheres, poderíamos fazer duas rodas, cada uma com 9 mulheres e 12 homens. Mas cada uma delas poderia ser dividida em outras três pequenas rodas, cada uma com 3 mulheres e 4 homens. Essas seriam as rodas com a menor quantidade possível de homens e de mulheres.

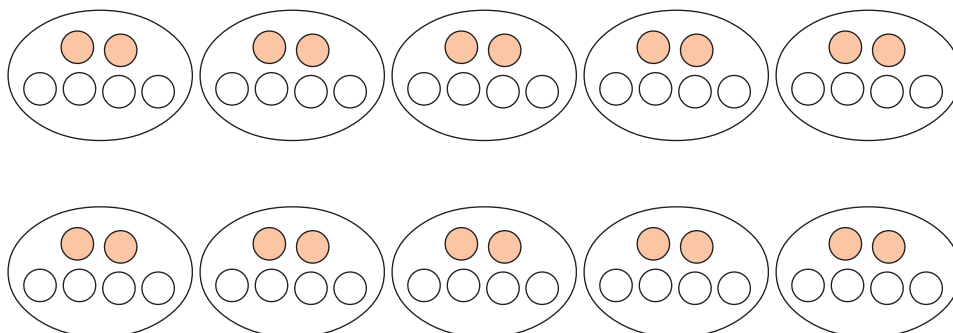


Vemos que existem 3 mulheres para 4 homens. Falando de outro modo, as mulheres representam $\frac{3}{4}$ do total dos homens.

2º ensaio

Nesse caso, 20 mulheres para 40 homens pode ser indicado por $\frac{20}{40}$, pois se o total de homens for dividido em 40 partes iguais e delas tomarmos 20 partes, estas conterão a mesma quantidade de mulheres que compareceram ao ensaio.

Para distribuir os homens e mulheres em rodas, todas com números iguais de homens e mulheres, poderíamos fazer duas rodas, cada uma com 10 mulheres e 20 homens. Mas cada uma delas poderá ser dividida em cinco pequenas rodas, cada uma com 2 mulheres e 4 homens. Ainda seria possível ter rodas menores, com 1 mulher e 2 homens. Mas, como queremos comparar em qual dos ensaios as rodas ficaram com mais mulheres (no primeiro ensaio obtivemos 3 mulheres e 4 homens), é melhor ficarmos, no segundo ensaio, com rodas que também contêm 4 homens, isto é, 2 mulheres e 4 homens.



No 1º ensaio tivemos rodas com 3 mulheres e 4 homens. No 2º ensaio, rodas com 2 mulheres e 4 homens. Assim, podemos concluir que no 1º ensaio, as rodas ficaram mais cheias de mulheres.

Desse modo, $\frac{18}{24}$ indica uma “concentração” de mulheres em cada roda maior do que a concentração indicada por $\frac{20}{40}$.

Lição de casa



Eis aqui um desafio para você relacionar o que discutiu no TP4 com o que foi discutido nesta unidade.

Numa sala de reuniões, de 4 m de largura por 4 m de comprimento estão 12 pessoas. Em outra, de 6 m de largura por 4 m de comprimento estão 15 pessoas. As pessoas espalharam-se nas salas, ocupando o espaço disponível. Em que sala as pessoas estão mais concentradas?

Explique como você pensou para responder a essa questão. Você pode redigir sua resposta, representá-la por meio de um diagrama ou de alguns cálculos.



INICIANDO NOSSA CONVERSA

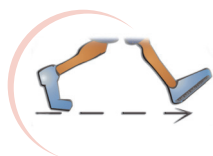
Você viu até agora que as frações são símbolos que representam números e que descrevem várias relações como:

- relação parte-todo;
- comparação de quantidades (razão);
- quociente da divisão de dois números naturais (sendo o segundo não nulo).

Você também refletiu sobre o fato de que as frações podem representar qualquer número natural ou qualquer fracionário.

Daqui pra frente você vai pensar sobre a mais importante relação que se pode estabelecer entre frações: a relação de equivalência.

Vai ainda, refletir sobre aspectos específicos da comparação e ordenação de números racionais, representados na forma fracionária.



DEFININDO NOSSO PONTO DE CHEGADA

Ao final desta unidade, esperamos que você consiga

- construir o conceito de equivalência de frações;
- reconhecer as especificidades da comparação e ordenação dos números racionais absolutos sob forma fracionária;
- analisar e criar situações-problema em que o conceito de equivalência de frações seja utilizado de maneira significativa;
- criar situações didáticas que envolvam comparação de números fracionários, desestabilizando idéias construídas acerca da comparação de números naturais.



Seção 1

Construção do conceito de equivalência entre frações

Objetivos a serem alcançados nesta seção:

- construir o conceito de equivalência de frações;
- analisar e criar situações problema em que o conceito de equivalência de frações seja utilizado de maneira significativa.

O que são frações equivalentes?

Para favorecer essa reflexão, vamos retomar algumas situações com as quais você já está familiarizado.

1ª situação: a distribuição equitativa das 5 folhas de papel sulfite para 4 pessoas.

Numa das resoluções apresentadas, os alunos dividiram cada folha em 4 partes iguais e distribuíram todas as partes igualmente pelos 4 colegas do grupo, cabendo a cada um **5 quartos** de folha, ou $\frac{5}{4}$ de folha, ou 1 folha e $\frac{1}{4}$ de folha, ou $1\frac{1}{4}$ de folha.

Uma outra maneira de fazer essa distribuição seria, por exemplo, dividir cada folha em 12 partes e distribuí-las equitativamente entre os 4 alunos.

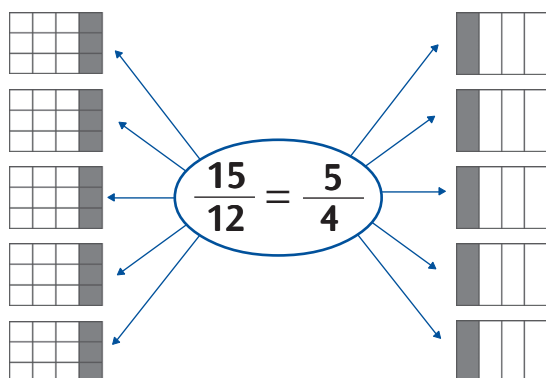
Cada um receberá $\frac{15}{12}$ de folha.

Cada uma dessas partes será a folha do novo bloco.

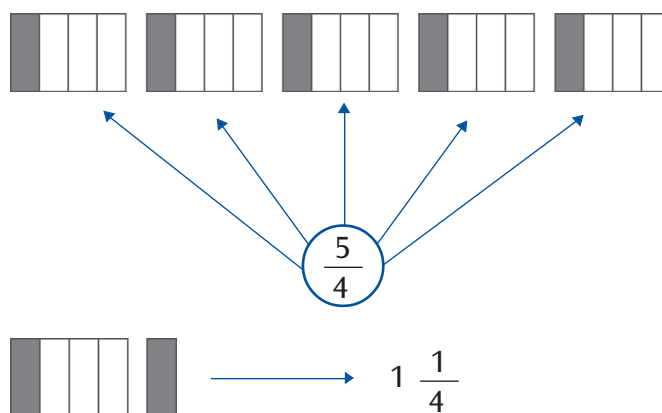
Cada pessoa receberá 15 dessas partes: **15 doze avos** ou $\frac{15}{12}$, que estão pintadas de cinza.

Com as figuras ao lado, podemos comparar a quantidade de papel representada por $\frac{15}{12}$ com a quantidade representada por $\frac{5}{4}$.

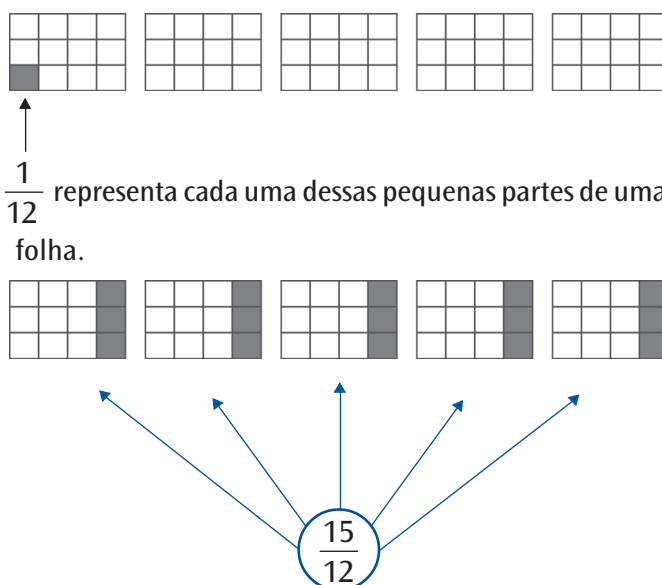
É fácil verificar que essas quantidades são iguais, por superposição das figuras.



A parte que coube a cada pessoa foi pintada de cinza.



As 5 folhas divididas em 12 partes cada.



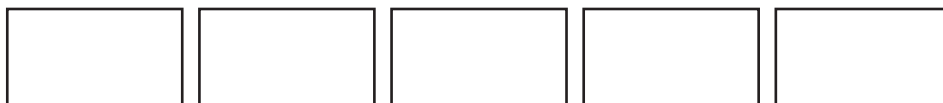
As frações $\frac{5}{4}$ e $\frac{15}{12}$ são denominadas **FRAÇÕES EQUIVALENTES**, pois representam a mesma quantidade de papel.



Atividade 1

- a) Mostre no esquema abaixo como você poderia dividir as 5 folhas, para construir pequenos blocos de um modo diferente de como foi apresentado aqui (portanto, não deve ser em 4 ou em 12 partes), para distribuir esse papel entre as 4 pessoas do grupo, a fim de que possam fazer blocos retangulares.

Observe que você quer construir bloquinhos em que todas as folhinhas são iguais.

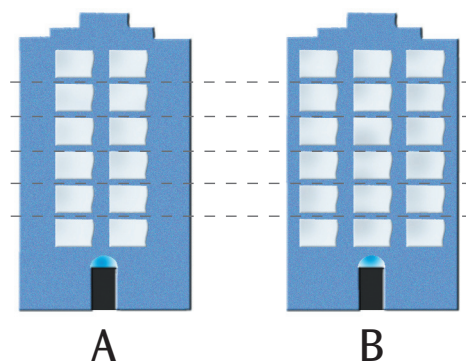


Responda às seguintes questões na linha ao lado de cada pergunta.

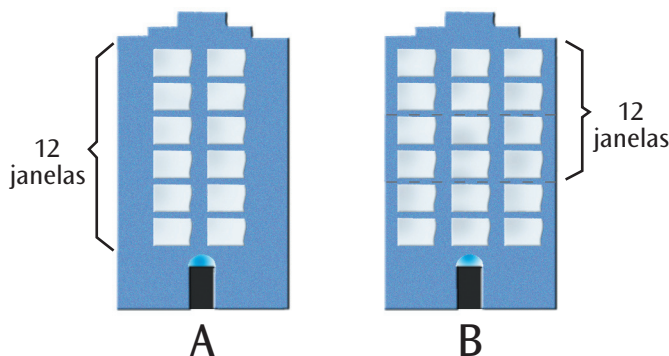
- b) Em quantas partes você dividiu cada folha? _____
- c) Represente com uma fração a porção que cada uma dessas partes é de uma folha. _____
- d) Depois de distribuí-las igualmente para as 4 pessoas, represente com uma fração quanto papel cada uma receberá. _____

2ª situação: comparação do número de janelas do prédio A com o número de janelas do prédio B.

Você já viu que a fração $\frac{2}{3}$ funciona como uma espécie de índice que descreve a comparação entre a quantidade de janelas do edifício **A** e a do edifício **B**. Nessa situação as janelas de **A** correspondem a $\frac{2}{3}$ (duas terças partes) das janelas de **B**.

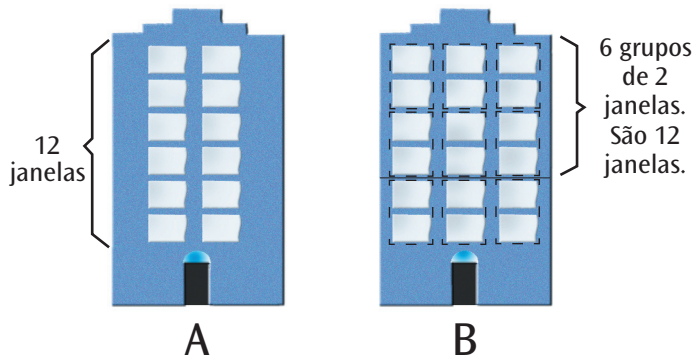


Ou então, como você já viu, se dividir as janelas de **B** em 3 grupos iguais, considerando 2 desses grupos você terá o mesmo número de janelas de **A**.



É possível representar o índice comparativo entre o número de janelas de **A** e o de **B** por uma outra fração?

Veja só.



Dividimos as janelas de **B** em 9 grupos iguais. Em 6 desses grupos há o mesmo número de janelas do prédio **A**. Nessa situação as janelas de **A** correspondem a $\frac{6}{9}$ das janelas de **B**.

Assim, a fração $\frac{6}{9}$ representa a relação procurada.

Isso significa que, apesar de $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{9}$ serem frações diferentes, elas representam o resultado da comparação entre o número de janelas de **A** e de **B**, nessa ordem.

As frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{9}$ são chamadas de EQUIVALENTES, pois representam índices que descrevem a comparação de mesmo número de janelas de **A** e de **B**.



Atividade 2

Agora é sua vez!

1. Responda:

- a) O que a fração $\frac{4}{6}$ sugere a você quando ela descreve a comparação entre o número de janelas da fachada do edifício **A** e o de **B**? Justifique sua resposta nas linhas ao lado do esquema seguinte.

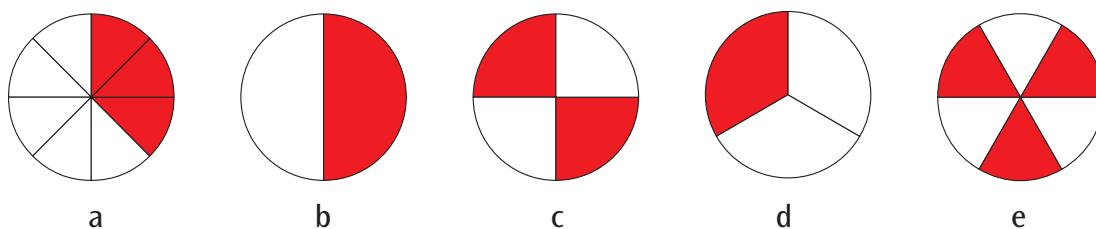
Se necessário, utilize o esquema para elaborar sua justificativa.

- b) Os edifícios **A** e **B** foram reformados e construíram-se em cada um deles mais três andares iguais aos anteriores. Nessa nova situação, com quantas janelas cada prédio ficou? _____

Registre uma fração que descreva a comparação entre o novo número de janelas de **A** e o novo número de janelas de **B**. Justifique sua resposta.

As frações equivalentes também aparecem quando lidamos com a relação parte do todo.

Por exemplo, entre as cinco figuras ao lado, existem algumas cujas partes pintadas podem ser representadas por frações equivalentes como em **b**, **c** e **e**. Em cada uma dessas três figuras está pintada a mesma quantidade do círculo, embora possamos registrar essa parte de maneiras diferentes: $\frac{1}{2}$ da figura **b**, $\frac{2}{4}$ da figura **c**.



Nesse exemplo estamos lidando com a área da parte pintada em relação à área do círculo todo. A área é uma grandeza contínua.

lembrete

Uma **grandeza** é dita **contínua** quando sua medida pode assumir infinitos valores entre dados.

O comprimento, o tempo e a velocidade, por exemplo, são grandezas contínuas.

No trato das frações é preciso também lidar com grandezas discretas, como por exemplo, quantidade de tampinhas, número de pessoas, quantidade de bonecas.



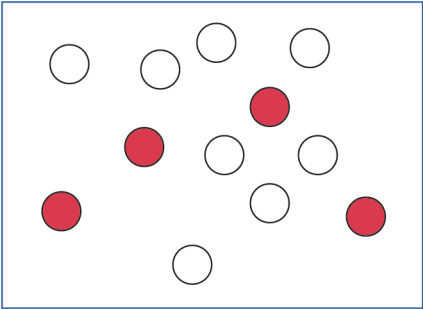
lembrete

Uma **grandeza é discreta** quando sua medida pode assumir um número finito de valores entre dois valores dados.

A quantidade de batatas de um saco, o número de alcachofras colhidas em agosto, a quantidade de pessoas que habitam uma região são grandezas discretas.

No caso ao lado podemos representar a quantidade de bolinhas pintadas com frações diferentes, como por exemplo: $\frac{4}{12}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{1}{3}$.

Como cada uma delas representa a mesma quantidade de bolinhas escuras em relação ao total de bolinhas, então elas são equivalentes.



Atividade 3

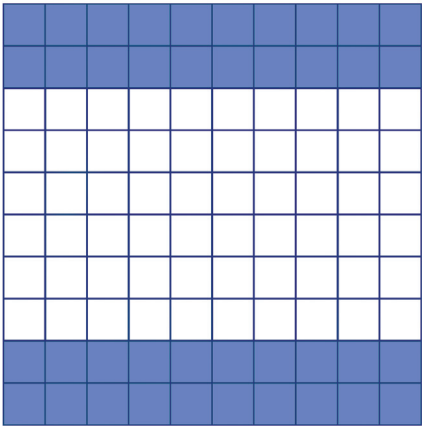
Além das frações $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{12}$ serem equivalentes, você pode perceber que seus numeradores e denominadores mantêm uma relação especial. Descubra que relação é essa e explique o que descobriu aqui.

É possível que você tenha percebido que, ao multiplicar (ou ao dividir) o numerador e o denominador de uma das frações por um mesmo número (não nulo), você obtém uma fração equivalente.

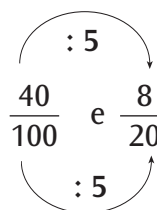
Veja mais um exemplo.

Da placa ao lado, $\frac{40}{100}$ (ou 40%) estão pintados de cinza.

Dividindo o numerador e o denominador dessa fração por 5, obtemos outra fração: $\frac{8}{20}$.



Pintando $\frac{8}{20}$ dessa mesma placa, notamos que, nos dois casos pintamos a mesma parte da placa.

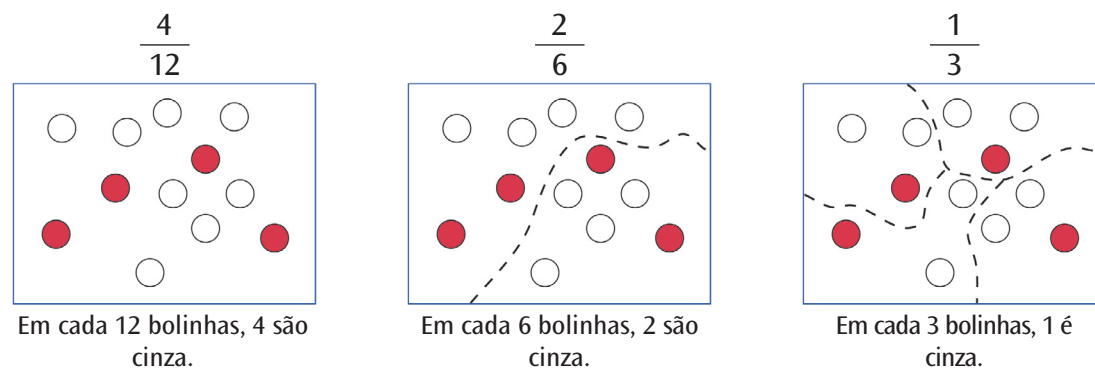


são **frações equivalentes**.

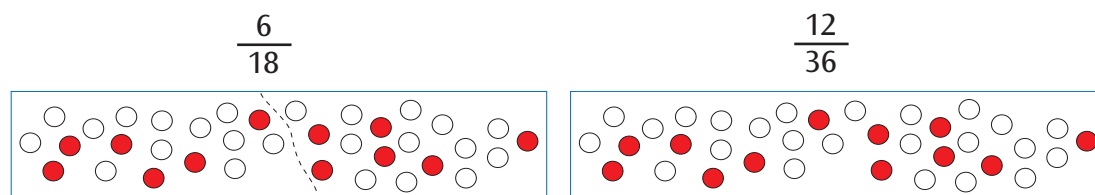
Classe de equivalência de uma fração

Vamos retomar o caso das 12 bolinhas em que 4 delas estavam pintadas de cinza e as demais brancas.

Você viu que essa quantidade de bolinhas cinzas, em relação ao total de bolinhas pode ser representada por:



Se tivermos o triplo dessas bolinhas outras frações poderiam representar a mesma relação entre a quantidade de bolinhas cinzas e o total de bolinhas, como por exemplo:



Observe uma sequência dessas frações equivalentes:

$$\begin{array}{ccccc} \frac{1}{3} & \frac{2}{6} & \frac{4}{12} & \frac{6}{18} & \frac{8}{24} \\ 1^a & 2^a & 3^a & 4^a & 5^a \end{array}$$

Você deve ter notado que tanto o numerador quanto o denominador dessas frações estão crescendo da 1ª para a 5ª. Entretanto, a relação entre o numerador e o denominador permanece constante: o primeiro é a terça parte do segundo.



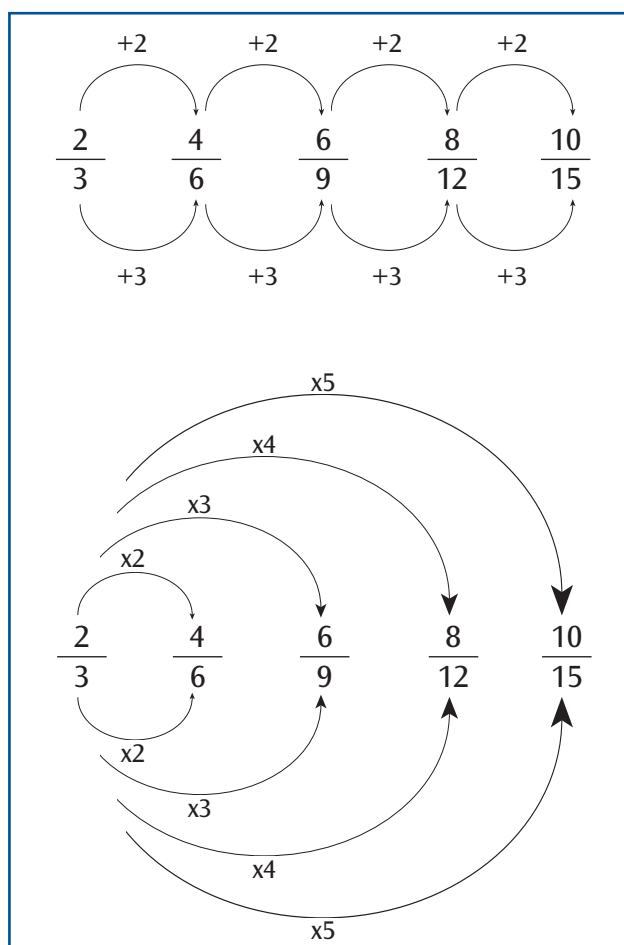
Atividade 4

Como crescem os numeradores e os denominadores dessas frações?

É possível que você tenha observado que:

- o numerador inicial 2 cresce de 2 em 2 e o denominador inicial 3 de 3 em 3;
- ou
- para encontrar os numeradores, a partir da primeira, tanto o numerador quanto o denominador são multiplicados simultaneamente por 2, por 3, por 4 etc.;

Se você fez uma dessas observações, é muito simples prever quais vão ser as 6ª, 7ª, 8ª ... próximas frações.



Atividade 5

- a) Como você faria para encontrar as 6ª, 7ª, 8ª ... próximas frações da sequência anterior que está no quadro?

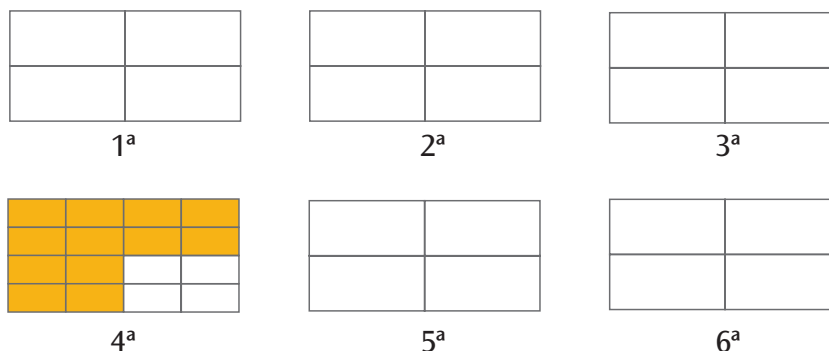
b) Agora, um desafio!

- Observe esta outra sequência que foi obtida da mesma maneira que a anterior para poder completá-la, sobre os pontilhados.

-----	-----	-----	$\frac{12}{16}$	$\frac{15}{20}$	- - -
1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª

c) Observe as figuras.

- Divida e pinte a parte do interior de cada retângulo representada pelas frações da sequência que você completou acima. Uma delas já está pintada.



- Observando as partes pintadas, o que você pode dizer sobre as frações dessa sequência?

- É verdade que todas essas frações representam o mesmo número? Explique sua resposta.

Nessa atividade você construiu algumas das frações que formam a **CLASSE DE EQUIVALÊNCIA** da fração $\frac{12}{16}$, porque todas elas são equivalentes entre si.

Qualquer fração dessa classe pode representar a classe. Assim, podemos dizer, por exemplo, que o conjunto das frações $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$, ... é a classe de equivalência de $\frac{9}{12}$ ou de $\frac{12}{16}$.

Entretanto, é costume usar a fração dessa classe que tem o menor numerador e denominador possível para representar a classe de equivalência. No caso do exemplo acima, essa fração é $\frac{3}{4}$.

No primeiro exemplo, dizemos que a classe de equivalência da fração $\frac{2}{3}$ é o conjunto das frações $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$,



Atividade 6

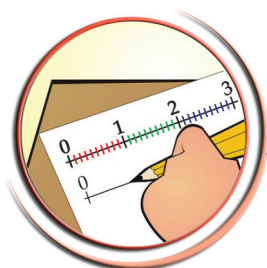
A seguir, escreva a classe de equivalência das frações

$$\frac{1}{2} :$$

$$\frac{1}{3} :$$

$$\frac{1}{4} :$$

$$\frac{1}{5} :$$



Seção 2

Comparação e ordenação de números racionais escritos na forma fracionária

Objetivos a serem alcançados nesta seção:

- reconhecer as especificidades da comparação e ordenação dos números racionais sob forma fracionária;
- criar situações didáticas que envolvam comparação de números fracionários, desestabilizando idéias construídas acerca da comparação de números naturais.

Ao iniciar a aprendizagem sobre números fracionários escritos sob forma de fração, os alunos trazem seus conhecimentos sobre números naturais e seus registros no SND.

Assim, quando comparam dois números naturais, para saber qual é o maior, um dos critérios que utilizam é o de verificar se o registro de um deles tem mais algarismos do que o do outro, para concluir que ele é maior que esse outro.

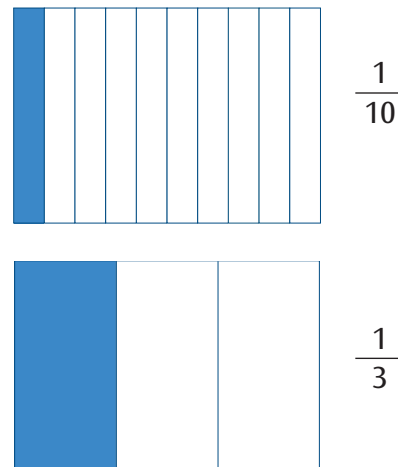
Na tentativa de usar essa propriedade para comparar frações, logo percebem que ela não mais “funciona”.

Por exemplo, para decidir se $\frac{1}{10}$ de uma folha de papel sulfite é um pedaço maior ou menor que $\frac{1}{3}$ da mesma folha, de início a criança pode pensar “ $\frac{1}{10}$ tem mais algarismos do que $\frac{1}{3}$, então $\frac{1}{10}$ representa um pedaço maior do que $\frac{1}{3}$ da folha”.

Mas ao representar essas quantidades por um esquema, como o representado ao lado, ela facilmente constata que $\frac{1}{3}$ é menor do que $\frac{1}{10}$ da folha e que o “jeito que comparou esses números não foi adequado”.

No início da aprendizagem, a comparação entre números racionais escritos na forma fracionária deve se apoiar em materiais de manipulação e esquemas.

Ainda levando em conta o que conhecem sobre números naturais, as crianças também concebem a comparação de frações por meio da comparação direta de seus numeradores e de seus denominadores.



INDO À SALA DE AULA

Onde se asfaltou mais?

Professor, para que a criança seja posta em confronto com a idéia de que para comparar frações basta comparar numeradores e denominadores entre si, e se convença de que isto não funciona, você pode propor a ela a seguinte situação:

Duas ruas de mesmo comprimento estão sendo asfaltadas. Até agora, os operários já asfaltaram $\frac{2}{3}$ da rua das Flores e $\frac{6}{10}$ da rua dos Gatos. Qual das duas ruas já tem mais asfalto?

Professor, é possível que ao estimarem se $\frac{2}{3}$ é maior, menor ou igual a $\frac{6}{10}$, inicialmente os alunos comparem 2 com 6 e 3 com 10, concluindo que $\frac{2}{3}$ é menor do que $\frac{6}{10}$, porque $2 < 6$ e $3 < 10$.

Incentivando-os a representar as ruas e a parte asfaltada num papel quadriculado, as crianças poderão se convencer de que o processo que utilizaram na estimativa não está correto.

No início da atividade **Onde se asfaltou mais?**, os alunos tendem a fazer comparações como se as frações representassem “partes do mesmo tipo”, isto é, como se cada **terço** e cada **décimo** da estrada tivessem o mesmo tamanho.

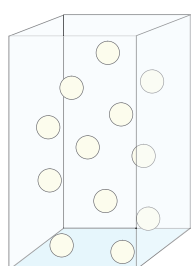
Ora, sabemos que, quanto maior for a quantidade de partes em que dividimos a estrada, menor será o comprimento de cada parte. Esse fato torna a comparação muito difícil para a criança que está iniciando o aprendizado de frações, se não houver o apoio concreto de material manipulativo (cartões, tiras de papel etc.), esquemas, figuras, como já dissemos anteriormente.

Você também pode utilizar esquemas com grandezas que podem ser contadas para comparar números racionais na forma fracionária. A atividade seguinte vai levá-lo a fazer uma comparação.

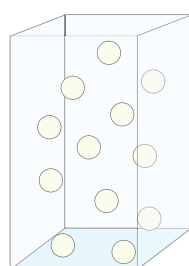


Atividade 7

1. Uma mesma quantidade de bolinhas foi colocada em cada uma das urnas **A** e **B**.



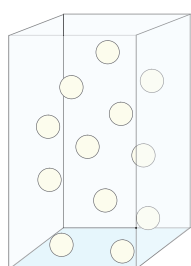
A



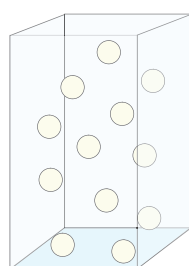
B

Responda as perguntas nas linhas destinadas para a resposta. Se necessário, pinte as bolinhas das urnas para resolver **a** e **b**.

- a) Se você pintar $\frac{1}{3}$ das bolinhas da urna **A** e $\frac{1}{4}$ das bolinhas da urna **B**, em que urna pintará mais bolinhas? _____
- b) Procedendo do mesmo jeito que em **a**, decida se $\frac{2}{3}$ representa um número maior ou menor do que $\frac{3}{4}$.



A



B

Levar os alunos a representarem esses números na reta numérica é proporcionar-lhes condições de lidar com sua representação geométrica, o que poderá constituir uma ponte entre o aspecto manipulativo concreto e o abstrato.



Atividade 8

Professor, leia e analise o problema seguinte

“Duas paredes de mesmas dimensões estão sendo pintadas.

João já pintou $\frac{2}{3}$ da área de uma parede e Márcia pintou $\frac{3}{8}$ da outra.

Que parede tem a maior parte pintada até agora?”

parede 1



parede 2

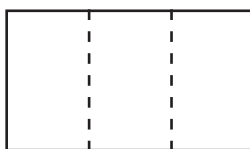


Para resolver esse problema, um aluno dividiu as paredes como mostram as figuras abaixo.

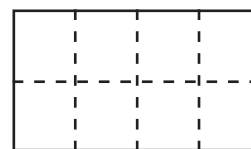
A seguir, recortou a figura da parede (2) nas linhas pontilhadas e tentou preencher $\frac{2}{3}$ da parede (1) com $\frac{3}{8}$ da parede (2). Com isso, ele respondeu à questão acima.

- a) Faça o mesmo que esse aluno. Você vai encontrar no Anexo 1 essa figura para poder recortá-la.

Qual é a sua resposta para o problema acima?

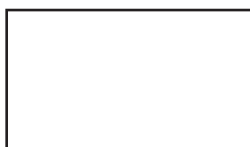


(1)

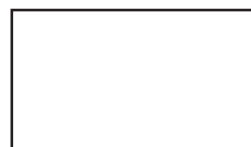


(2)

- b) Tendo a representação das duas paredes como abaixo, como você poderia resolver o problema sem recortar figuras? Explique seu procedimento.



(1)



(2)

Os números fracionários e a reta numérica

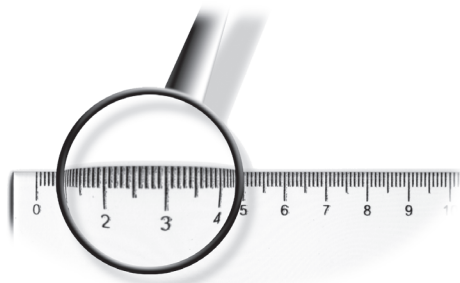
Professor, você deve ter percebido que em muitos momentos a Geometria e os Números têm sido trabalhados integradamente.

Um exemplo dessa integração você já teve na construção da reta numérica. Nela, alguns pontos convenientemente escolhidos representaram os números naturais.



Atividade 9

- a) Professor, pegue sua régua e observe os números que nela aparecem. Que tipo de número são esses?



- b) Além dos números, o que mais está registrado em sua régua?

Você deve ter percebido que os números naturais estão registrados abaixo dos traços maiores.

- c) Explique qual o significado que você atribui

- aos tracinhos mais compridos entre o 1 e o 5;

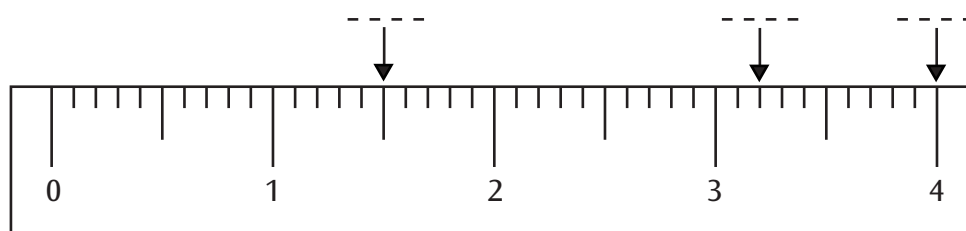
- aos tracinhos de comprimento médio entre o 1 e o 2;

- aos tracinhos mais curtos entre o zero e o 1;

- d) Chame de “intervalo” o espaço entre dois tracinhos vizinhos. Indique quantos intervalos há entre

- o zero e o 1 _____ .
- o 1 e o 3 _____ .
- o 2 e o traço médio entre 2 e 3 _____ .

- e) Associe a cada tracinho indicado com uma flecha um número racional. Registre-o no pontilhado sobre cada flecha.



A régua escolar é um modelo especial de reta numérica. Especial, porque apresenta 10 intervalos entre dois números naturais consecutivos. Isso se deve ao fato de ela ser um instrumento de medida de comprimento, em que estão marcados centímetros e milímetros que, como você já viu no TP 4, mantêm uma relação decimal entre si.

Há réguas, entretanto, que apresentam outras unidades de medida (como polegada) e são muito utilizadas em outros países.

Na atividade anterior, tomando sua régua como modelo de reta numérica, você pode representar os números $1\frac{2}{3}$, $3\frac{2}{10}$ e 4. No entanto, já não é tão simples se você pretende localizar nela o número $\frac{2}{3}$, por exemplo.

Vamos ver, então, como construir uma reta numérica qualquer para resolver esse problema.

Para construir a reta numérica, combinou-se em tomar um ponto qualquer numa reta horizontal, ponto esse que representa o zero; a seguir, combinou-se também em marcar, “à direita do zero”, pontos a igual distância que representam o 1, o 2, o 3 e assim por diante, da esquerda para a direita.

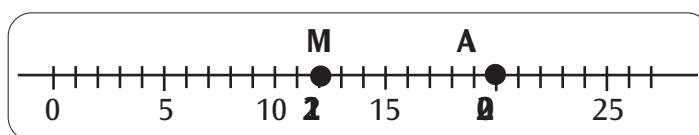
Cada um dos menores segmentos assim determinados representa uma unidade, um inteiro.



Desse modo, o ponto que representa o 4 se encontra a uma “distância” de 4 inteiros, a partir do zero, para a direita.

Você pode observar também que de acordo com o que se combinou, ao considerar dois desses pontos, é possível concluir que o ponto que se encontra à direita de outro representa um número maior que o representado pelo outro ponto.

No exemplo abaixo, o ponto A (que representa 20) está à direita do ponto M (que representa 12), pois 20 é maior que 12.

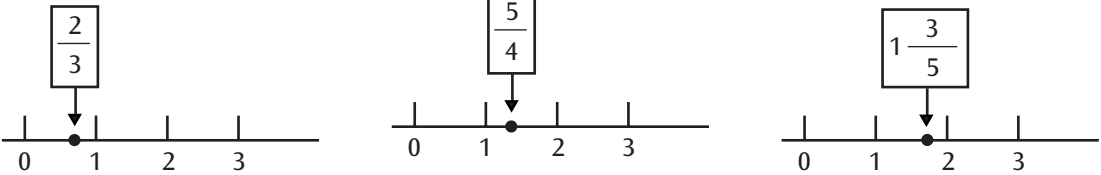


O mesmo ocorre com os números fracionários. Sempre é possível encontrar um ponto na reta numérica que representa um número fracionário.

Nesta unidade, vamos lidar com a representação geométrica de um número fracionário escrito na forma de fração, na reta numérica. Na unidade 3, você fará o mesmo tipo de representação geométrica de um número fracionário escrito na forma decimal.

Como fazer isso?

Observe os três exemplos seguintes, em que localizamos na reta numérica os números $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$ e $1\frac{3}{5}$.



Veja como os pontos que representam os números $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{4}$ e $1\frac{3}{5}$ foram determinados na reta numérica.

Primeiramente, dividimos cada intervalo entre os inteiros, em cada caso, num mesmo número de partes (terços, quartos e quintos) indicado pelo denominador de cada fração.

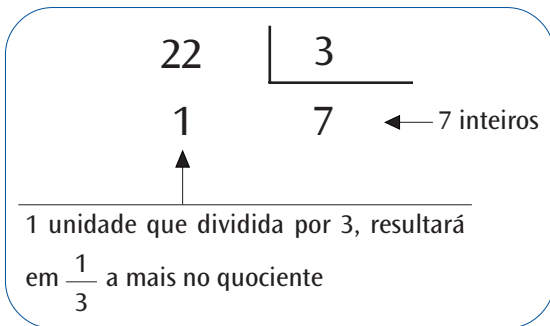
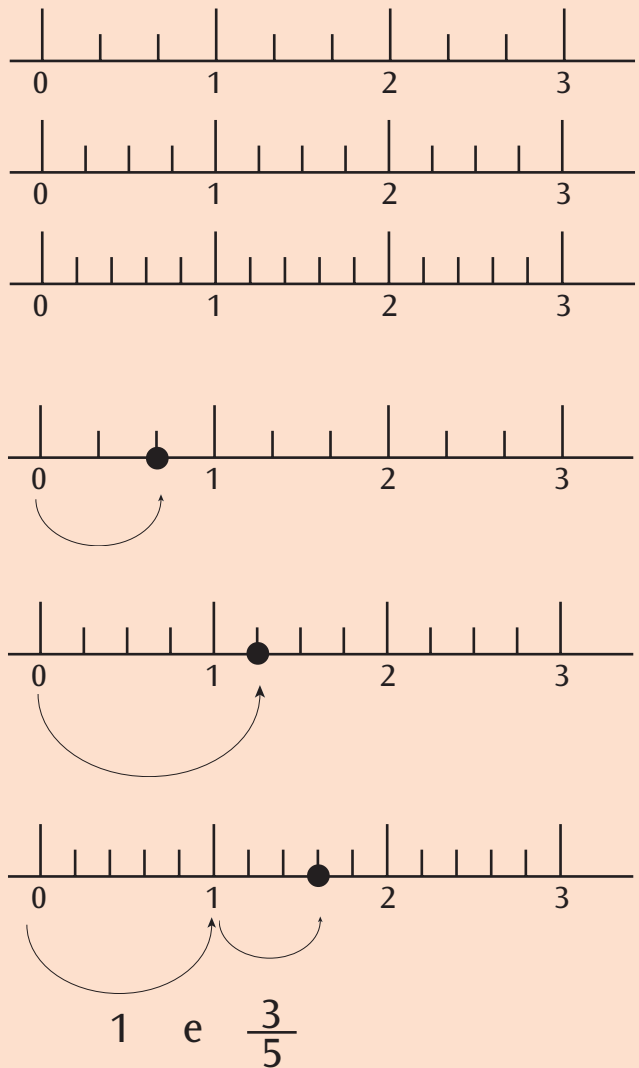
No caso de $\frac{2}{3}$ e de $\frac{5}{4}$, o numerador de cada fração vai indicar o número de divisões que o ponto a ser representado se distancia do zero (2 divisões no caso de $\frac{2}{3}$, 5 divisões, no caso de $\frac{5}{4}$).

Quanto a $1\frac{3}{5}$, contam-se 3 divisões a partir do primeiro inteiro, já que esse registro nos mostra que esse número tem um inteiro e mais $\frac{3}{5}$ do segundo inteiro.

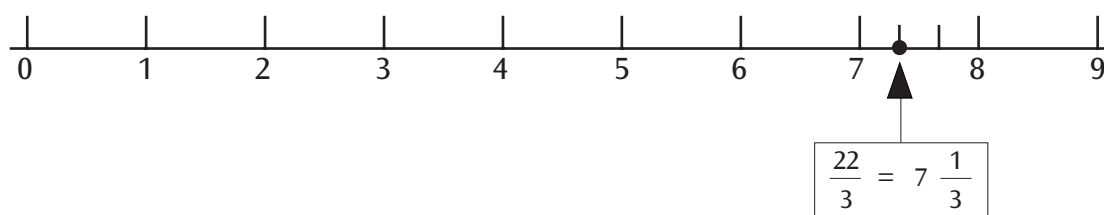
Esse modo de representar um número racional na reta numérica se torna muito inconveniente quando o número vem expresso na forma fracionária e contém muitos inteiros como, por exemplo, $\frac{22}{3}$.

Para não dividir muitos inteiros em 3 partes iguais e contar 22 delas a partir do zero, previamente descobrimos quantos inteiros estão contidos nesse número, fazendo uma divisão ($\frac{22}{3}$ é $22 : 3$).

Com isso, ficamos sabendo entre que números naturais $\frac{22}{3}$ se encontra, e entre que pontos da reta numérica fica o ponto que representa $\frac{22}{3}$.



Observando a divisão ao lado, concluímos que $\frac{22}{3}$ é um número maior do que 7 e menor do que 8, o que facilita muito sua representação na reta numérica.



A construção da reta numérica e a representação dos números racionais por pontos dessa reta constituem um instrumento que facilita a comparação desses números, pois privilegia a visualização dessas quantidades por meio de entes geométricos (como a reta e segmento de reta) e também da medida (distância do ponto ao zero) o que é muito mais concreto para a criança do que simplesmente a representação fracionária desses números.

Depois de se apoiar em recortes, superposição de figuras, reta numérica, que são recursos concretos manipuláveis, as crianças também podem ser postas em contato com a comparação de números racionais representados na forma fracionária, por meio de situações que as levem, por exemplo, a comparar o número dado com o inteiro.



INDO À SALA DE AULA

Professor, para que os alunos possam fazer comparação de números racionais na forma fracionária se desligando do material concreto, você pode retomar situações já familiares a eles.

Conte às crianças que, numa certa classe, a professora distribuiu folhas de sulfite para que cada grupo de alunos confeccionassem pequenos blocos iguais com folhinhas iguais.

Então, proponha à classe a seguinte questão:

“A professora deu 5 folhas de sulfite para um grupo de 4 alunos e 2 folhas para um grupo de 3 alunos. Em que grupo cada aluno ficou com mais papel para seu bloco depois de terem repartido igualmente o papel recebido da professora?”

Solicite a eles que resolvam o problema sem repartir folhas nem fazer figuras.

Como os alunos já lidaram com a distribuição equitativa das 5 folhas para 4 alunos e perceberam que cada aluno recebe mais de 1 folha, já que há mais folhas do que alunos, poderão recorrer ao mesmo raciocínio para o caso da distribuição das 2 folhas para 3 alunos, concluindo que, nesse caso, cada aluno recebe menos de 1 folha, já que há menos folhas do que alunos.

Por outro lado, ao resultado da distribuição equitativa as crianças já associam frações (como foi tratado na unidade 1). Então, poderão responder que cada aluno do primeiro grupo recebeu $\frac{5}{4}$ de folha (mais de 1 folha), cada aluno do segundo

grupo recebeu $\frac{2}{3}$ de folha (menos de uma folha). Assim, poderão concluir que

- cada aluno do primeiro grupo recebeu mais papel do que os do segundo grupo;
- $\frac{5}{4}$ é um número maior do que $\frac{2}{3}$.

Caso os números dados sejam ambos maiores (ou menores) do que 1 inteiro, basta localizá-los entre que inteiros estão e compará-los com “o meio” entre esses inteiros. Experimente!



Atividade 10

Professor, explique como você pode resolver o problema abaixo **sem** fazer uso de esquemas, figuras da reta numérica.

“Se numa classe, $\frac{3}{8}$ dos alunos estão de tênis e $\frac{4}{7}$ dos alunos dessa mesma classe estão de bonê, então nessa classe você encontra mais alunos de tênis ou de bonê?”

À medida que os alunos compreendem a relação de equivalência entre as frações, é possível fazê-los se desligar desse aparato concreto para comparar números racionais escritos na forma fracionária.

Como isso pode ser feito?

A idéia é procurar nas classes de equivalência das frações que estão sendo comparadas, as frações que têm mesmo denominador, pois elas descrevem partes do inteiro de “mesmo tamanho”.

Retomemos o caso da estrada na atividade **Onde se asfaltou mais?**, em que queríamos comparar $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{10}$, para saber qual era maior.

Sem o uso de esquemas ou da reta numérica, construímos as classes de equivalência de $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{10}$, para, a seguir, procurar nelas frações de mesmo denominador.

Classe de equivalência de $\frac{2}{3} = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}, \frac{16}{24}, \frac{18}{27}, \frac{20}{30}, \frac{22}{33}, \dots \right\}$

Classe de equivalência de $\frac{6}{10} = \left\{ \frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \frac{15}{25}, \frac{18}{30}, \frac{21}{35}, \frac{24}{40}, \frac{27}{45}, \frac{30}{50}, \frac{33}{55}, \dots \right\}$

Como 20 e 18 se referem a partes de mesmo tamanho (trinta avos) essas quantidades representadas por $\frac{20}{30}$ e $\frac{18}{30}$ são facilmente comparáveis: 20 trinta avos é maior que 18 trinta avos.

Como

- $\frac{20}{30}$ é equivalente a $\frac{2}{3}$ e
 - $\frac{18}{30}$ é equivalente a $\frac{6}{10}$,
- conclui-se que $\frac{2}{3}$ é maior do que $\frac{6}{10}$.



Atividade 11

Construa as classes de equivalência das frações $\frac{5}{8}$ e $\frac{3}{4}$ para resolver o problema:

Paulo pagou ao pedreiro $\frac{5}{8}$ da quantia que havia reservado para a reforma da cozinha e $\frac{3}{4}$ dessa mesma quantia para o encanador. Quem recebeu mais dinheiro, o pedreiro ou o encanador?

Resumindo



Você pode comparar números escritos na forma de fração por meio de material concreto – manipulável, de esquemas, de figuras ou estabelecendo relações entre os números dados e 1 inteiro (ou $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{4}$ etc.).

Caso você utilize frações equivalentes para comparar números escritos na forma de fração, basta comparar os numeradores das frações equivalentes às frações dadas, desde que tenham o mesmo denominador.



Lição de casa

Um pequeno desafio para você.

Explique como você resolve o seguinte problema:

A população de uma região foi removida para outro local, devido a fortes chuvas que ameaçavam fazer o rio transbordar. De todas as pessoas transportadas, 35% foram levadas de ônibus, $\frac{2}{5}$ de helicóptero e o restante em seus próprios carros.

- Que meio de transporte removeu mais pessoas: ônibus ou helicóptero?
- Represente a quantidade de pessoas que partiu dessa região com seus próprios carros.



INICIANDO NOSSA CONVERSA

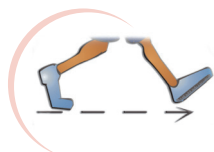
Depois de ter trabalhado com os números racionais em sua forma fracionária, você vai lidar, nesta Unidade, com a representação decimal desses mesmos números.

Como se pode observar no nosso dia-a-dia, os números decimais são utilizados com muito mais frequência do que os fracionários. Eles estão presentes na nossa maneira de representar quantidades em dinheiro, em medidas de comprimento, de massa, de superfície etc.

Assim como nós, professores, nossos alunos também utilizam os números decimais, em situações do cotidiano, muitas vezes sem se darem conta disso.

Então, vamos fazer, nessa unidade, uma reflexão sobre aquilo que nossos alunos já construíram, na escola, a respeito dos números naturais e fracionários, e também do que eles já utilizam, de maneira prática, fora dela, com os números decimais.

Vamos buscar meios para levar nossos alunos a relacionar esses conhecimentos, de modo a ampliá-los e aprofundá-los, o que lhes permitirá usá-los com segurança, na resolução de situações-problema que tenham que enfrentar.



DEFINIDO NOSSO PONTO DE CHEGADA

Ao final desta Unidade, esperamos que você consiga

- identificar a representação decimal de números racionais como extensão das regras do Sistema de Numeração Decimal;
- planejar situações de aprendizagem para que o aluno produza e interprete tais escritas numéricas;
- identificar as características da comparação e ordenação de números racionais na forma decimal;
- criar situações para que o aluno compare números decimais e enfrente rupturas com idéias construídas acerca dos números naturais.



O significado da representação decimal de um número racional

Objetivos a serem alcançados nessa seção:

- identificar a representação decimal de números racionais como extensão das regras do Sistema de Numeração Decimal;
- planejar situações de aprendizagem para que o aluno produza e interprete tais escritas numéricas.

Se os alunos já tiverem trabalhado com os números racionais em sua representação fracionária, pode-se partir das frações de denominador 10, 100, 1000...(chamadas de frações decimais) para introduzir a idéia de usar, para os números racionais, uma nova representação baseada nos mesmos princípios já adotados para os números naturais:

- os agrupamentos e trocas na base 10;
- o valor posicional dos algarismos.

Vamos, a seguir, analisar uma atividade em que essa idéia fica evidente:



Professor, observe as figuras, onde o retângulo maior está representando “1 inteiro” e complete as afirmações (nos pontilhados):

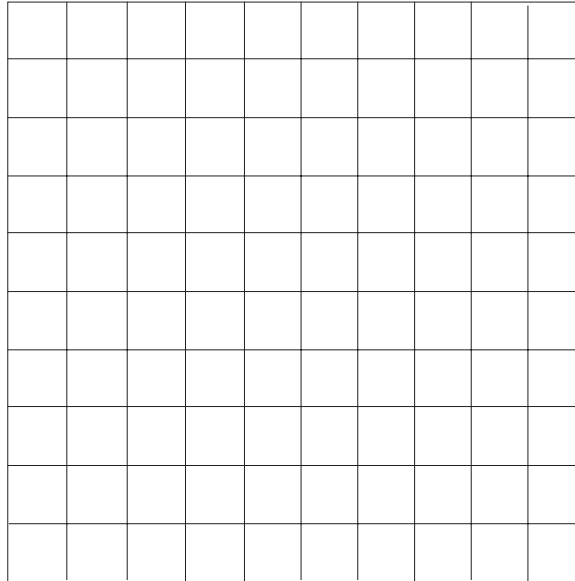
a)

- A tira sombreada representa a _____ parte do retângulo maior.
- Podemos representar a décima parte de um inteiro pela fração _____.

Então, é possível dizer que:

- $\frac{1}{10}$ é a décima parte de 1 inteiro, ou seja, são necessárias 10 dessas partes para formar 1 inteiro. Então: $\underline{\hspace{1cm}} \times \frac{1}{10} = 1$

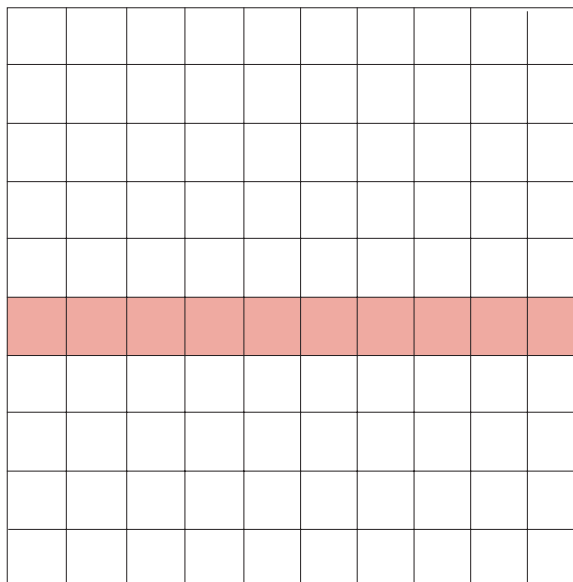
- b) Agora, responda às questões, observando a nova figura, onde o retângulo maior continua representando “1 inteiro”.



- em quantos quadrinhos iguais está dividido o retângulo grande?
- que fração você poderia usar para indicar que parte do retângulo grande representa cada um desses quadrinhos?
- como você pode, então, completar o pontilhado da frase abaixo?

- $\frac{1}{100}$ é a centésima parte de 1 inteiro, ou seja, são necessárias 100 dessas partes para formar 1 inteiro. Então $\underline{\hspace{1cm}} \times \frac{1}{100} = 1$

- c) Você tem, a seguir, uma nova figura, onde o retângulo grande ainda representa “1 inteiro”.



Observe essa nova figura e, usando as informações dadas em a e b, complete as frases:

- a fração que indica a parte do inteiro representada pela tira sombreada é _____.
- a fração que indica a parte do inteiro representada por um quadrinho é _____.
- cada quadrinho é a _____ parte da tira sombreada, ou seja, são necessários os 10 quadrinhos para formar uma tira sombreada.

Podemos, então escrever que:

$$\frac{1}{100} \text{ é a } \underline{\hspace{2cm}} \text{ parte de } 1/10, \text{ ou seja: } 10 \times \frac{1}{100} = \frac{1}{10}.$$

Do mesmo modo, poderemos concluir que:

$$\frac{1}{1\,000} \text{ é a milésima parte de 1 inteiro, ou seja, } 1\,000 \times \frac{1}{1\,000} = 1$$

e, também:

$$\frac{1}{1\,000} \text{ é a décima parte de } \frac{1}{100}, \text{ ou seja: } 10 \times \frac{1}{1\,000} = \frac{1}{100}$$

(a figura, nesse caso, é de difícil realização, pois deveríamos dividir em 10 partes iguais o quadrinho que está representando $\frac{1}{100}$).

A partir desses exemplos, podemos perceber que continua valendo, para as frações decimais ($\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1\,000}$, ...), a mesma relação válida para os números naturais (que podem ser decompostos em suas diversas ordens: das unidades, dezenas, centenas, ...):

10 unidades de uma ordem formam 1 unidade da ordem imediatamente superior.

Assim, pode-se continuar decompondo um número, agora em suas ordens menores que 1 inteiro: ordens dos décimos, dos centésimos, dos milésimos, ...

Foi a partir dessa observação que surgiu a idéia de se representar frações decimais por meio das **representações decimais**.

Uma maneira de levar os alunos a compreenderem o porquê da utilização das regras de agrupamentos e trocas na base 10 e do valor posicional dos algarismos, na **representação decimal** dos números racionais, é levá-los a verificarem algumas regularidades, em uma tabela adequada.

Professor, faça a atividade seguinte, para avaliar as possibilidades de usá-la de modo a atingir esse objetivo.



Atividade 2

Imagine que uma empresa de embalagens tem 1000 folhas iguais de papel e que estas 1000 folhas passam pelas seguintes operações:

- elas são repartidas igualmente entre 10 seções; então, cada seção ficará com _____ destas folhas;
- em cada uma das 10 seções, as folhas são repartidas igualmente entre 10 funcionários; então, cada funcionário ficará com _____ folha(s);
- cada funcionário reparte suas folhas igualmente entre 10 caixas; então, em cada caixa haverá _____ folha(s);
- o total de folhas de cada caixa deverá ser repartido igualmente em 10 partes iguais, cada uma servindo como rótulo para alguns produtos a serem embalados; o número que indica a porção de folha usada em cada rótulo será _____.

I) Complete os valores da tabela, onde se representa cada uma das operações pelas quais passaram as 1000 folhas, na empresa. Na tabela já temos $1000 : 10 = 100$:

	U.M.	C.	D.	U.	?
$\div 10$	1	0	0	0	
	0	1	0	0	
$\div 10$					
$\div 10$					

II) Agora, responda:

a) O que você observou, como regularidade, nos resultados de todas as divisões realizadas?

b) Como deve, então, ser representado o resultado de $1 \div 10$, de modo a manter essa regularidade?

- c) Na tabela já aparecem os nomes das ordens: unidades de milhar(U.M.), centenas (C.), dezenas (D.), unidades (U.), em que estão sendo representados os resultados das divisões indicadas. Assim, que nome deve ser dado à nova ordem que aparece, à direita da ordem das unidades?

- d) Como você poderia explicar para um aluno o aparecimento da vírgula, na representação decimal de números racionais?

Você deve ter respondido, mais ou menos, como segue.

Os alunos devem ter observado que, para indicar o resultado de $1 : 10$, o 1 passa a ocupar a casa **à direita** da casa das unidades. Como o resultado dessa divisão **não contém unidades** (não se tem mais uma folha inteira, mas apenas parte dela), o zero estará ocupando esse lugar.

Pode-se então explicar a eles que – por convenção – resolveu-se usar uma vírgula, para separar a ordem das unidades, das ordens que representam **valores menores que a unidade**. No caso, teríamos:

$$\frac{1}{10} \quad \text{ou} \quad 0,1$$

Da mesma maneira, poderemos registrar:

$$\frac{1}{100} \quad \text{ou} \quad 0,01 \quad \text{e} \quad \frac{1}{1000} \quad \text{ou} \quad 0,001$$

Um pouco de História ...

A adoção da vírgula, na representação decimal de números racionais, não foi um processo simples como pode parecer.

Embora o início da divulgação do Sistema de Numeração Decimal (criado na Índia) tenha se dado na Europa, a partir do século VI, foi apenas por volta do século XVI que surgiram as primeiras sugestões para se usar a representação dos números racionais, usando-se a vírgula.

No livro “História da Matemática”, seu autor – Carl Boyer – conta que a primeira sugestão para “o uso de uma vírgula decimal como separatriz” partiu de um cartógrafo: G. A. Magini (em um texto de 1592), mas esse uso só se tornou popular quando o matemático Napier começou a usá-la, cerca de 20 anos depois.

Durante o século XIX, a maioria dos países do mundo usava essa representação, mas atualmente apenas alguns, como o Brasil ou a França, ainda a utilizam. Muitos países estão agora usando o ponto, no lugar da vírgula – como é apresentado nas calculadoras.

Pensando em nossos alunos...

E como tornar esse trabalho mais significativo, em sala de aula?

Uma boa estratégia, sempre que possível, é estabelecer relações entre o conteúdo estudado e seu uso no cotidiano dos alunos. No caso dos números decimais, podemos utilizar os conhecimentos deles a respeito do dinheiro.

Veja o exemplo a seguir:



INDO À SALA DE AULA

Trabalhando com nosso dinheiro

Material: anúncios de jornais ou revistas; catálogos de lojas ou supermercados; ou qualquer outro material em que apareça a representação de dinheiro na nossa vida diária. Esse material pode ser coletado pelos próprios alunos e levado para a classe na data em que for combinada.

Para iniciar a atividade, o material pode ser exposto para toda a classe.

A seguir, peça que observem como está representada cada quantia de dinheiro.

Certamente, eles irão notar que, em grande parte do material, a quantia de dinheiro vem precedida por R\$. Faça um levantamento com os alunos sobre o que eles conhecem a esse respeito. Se não houver nenhuma explicação por parte da classe, você se encarrega de dá-la:

- o \$ sempre indica dinheiro e a(s) letra(s) que antecede(m) este símbolo serve(m) para indicar o tipo de dinheiro que está sendo representado: **R** indica “Reais” (já tivemos a indicação **Cr**, quando nossa unidade de dinheiro era o “Cruzeiro” e **Cz**, quando era “Cruzado”).

Outra observação que deve surgir: em quase todos os casos, há alguns algarismos, separados por uma **vírgula**.

Discuta com os alunos o significado dessa vírgula. Boa parte deles provavelmente saberá dizer que a vírgula “separa os Reais dos Centavos”. Se isso não acontecer, dê as explicações necessárias.

Solicite, a seguir, que leiam as quantias representadas em algumas das publicações expostas na classe.

Chame a atenção para os vários casos em que aparece uma quantia seguida de 2 zeros. Discuta com a classe o significado desses 2 zeros.

INDO À SALA DE AULA



Provavelmente, alguns alunos concluem que isso quer dizer que “só há reais e não há nenhum centavo, ou há zero centavos”.

Se não houver nenhuma representação de quantias menores que R\$1,00, coloque no quadro de giz alguns valores como por exemplo: R\$0,50 ou R\$0,35, de modo que os alunos cheguem à conclusão de que “não há nenhum real”, ou “há zero reais” ou “há apenas alguns centavos”.

Pergunte, a seguir:

- quantas moedas de 50 centavos são necessárias para formar 1 real?
- quantas moedas de 20 centavos são necessárias para formar 1 real?
- quantas moedas de 10 centavos são necessárias para formar 1 real?

O que deve ficar claro é que

1 real vale 100 centavos, ou 1 centavo é a centésima parte de 1 real.

Você pode, então, contar aos alunos que a palavra “centavo” é formada por duas partes:

“cent” – que vem de “centésima parte”;

“avo”- que é uma palavra muito antiga, da língua portuguesa, e que significa “pedaço muito pequeno”.

Este é um momento propício para retomar com os alunos o motivo da existência de nomes como, por exemplo:

um oitavo ($\frac{1}{8}$); ou cinco doze avos ($\frac{5}{12}$) etc.



Atividade 3

Professor, sabemos que as questões ligadas a dinheiro estão quase sempre presentes na vida de nossos alunos, e na nossa também...

- a) Faça uma descrição de como você costuma trabalhar a introdução desse tema – o dinheiro – com seus alunos.

- b) Dependendo do nível de aprendizagem em que as crianças se encontram, o tratamento que devemos dar ao sistema monetário brasileiro muda, não é?

Como desenvolve o ensino do sistema monetário brasileiro, de modo que a criança possa estabelecer relações entre quantias representadas por notas e moedas?

- c) Se você trabalha (ou for trabalhar) em uma classe em que os alunos já tenham tido uma iniciação sobre números fracionários, você acha que pode aproveitar a sugestão feita no quadro “Trabalhando com nosso dinheiro...”?

Indique o que aproveitaria e o que não aproveitaria, explicando as razões.

Voltemos aos folhetos, jornais e revistas que foram usados na atividade “Trabalhando com nosso dinheiro”. Neles, provavelmente, poderemos encontrar uma outra fonte bastante motivadora para a exploração da representação decimal dos números racionais: **as medidas**.

No caderno Teoria e Prática 4, foram tratadas especialmente as situações em que são trabalhados: o conceito de “medida” e as unidades de medida – padronizadas e não padronizadas – que podem ser utilizadas para medir comprimentos, superfícies etc. Assim, é importante que você retome aquelas situações, focalizando mais de perto as escritas usadas para representar os números que expressam os resultados de medições.

Retomando o tema, vejamos uma situação de sala de aula, em que a atenção dos alunos é dirigida para o uso de medidas, no seu cotidiano.



INDO À SALA DE AULA

Quanto mede?

Material: os mesmos jornais, revistas, folhetos de propaganda de supermercados, lojas etc., já coletados pelos alunos para atividade anterior.

Você deve solicitar que os alunos retomem os textos: eles deverão, agora, assinalar com um traço de lápis colorido, as palavras que, na opinião deles, indicam medidas.

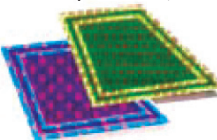
INDO À SALA DE AULA



Suponhamos que se tenha folhetos como os seguintes(*):

Quarta-feira, 20 de Janeiro de 1999

Ontem foi o dia mais quente que a cidade de São Paulo já viveu desde 1943. Às 15h, os termômetros oficiais do Inmet (Instituto Nacional de Meteorologia) atingiram 36,2° C no mirante de Santana.

 Água Sanitária Limpante 1 litro 0,78	 Toalha de Mesa 140x140 cm...5,50 140x210 cm...7,90
 Sabão em pó Mileva 1Kg 0,78	 Tapetes, 1m x 1,5m vários padrões 4,78
 Filme de PVC Sarva Lar 15m 0,98	 Sabonete cremoso Livea - 100g 0,59
 Feijão Tio Bom Tipo 1 pacote de 1Kg 1,20	 Shampoo BB 2x1 - 265ml Vários tipos 3,85 cada
 Óleo de soja Tempero Lata 900ml 0,97	 Gelatina Mania 85g - vários sabores 0,24
 Creme Dental Dentalsoft - 90g 0,68	

Marcadas as palavras solicitadas, os alunos poderão, a seguir, indicar quais dos produtos anunciados são vendidos em:

- metros (m);
- em centímetros (cm);
- litros (ℓ);
- em mililitros (mℓ);
- em quilos (kg);
- gramas (g)

OBSERVAÇÃO: Você deverá observar quais desses símbolos já são conhecidos pelos alunos e dar as explicações necessárias sobre aqueles que eles ainda não conhecem.

A partir dessas observações, pode ser colocado em discussão o uso de cada uma das indicações presentes na atividade anterior.

- Por que o creme dental não é vendido em quilos, como o feijão?
- Por que o detergente em pó é vendido em quilos (kg) e a água sanitária é vendida em litros?
- O que significa “15 h” que aparece na informação de 20 de janeiro de 1999?
- O que significa “36,2° C” que aparece no mesmo texto?

INDO À SALA DE AULA

Como atividade a ser feita em casa, você poderá solicitar aos alunos que façam o levantamento dos modos de registrar/representar as unidades de medida presentes nas formulações abaixo:

- a altura de um muro;
- a “febre” de um doente;
- o “peso” de uma pessoa;
- o comprimento de uma estrada;
- o tempo que se fica em aulas;
- a capacidade de memória de um computador;
- o tempo, ao longo do ano.

Após a realização/discussão dessa atividade, você deve garantir que os alunos cheguem às seguintes conclusões:

- os nomes indicadores das quantidades de cada um dos produtos à venda são “unidades de medida” diferentes, porque se referem a medidas de grandezas diferentes, como: “metros” ou “centímetros”, para medir comprimento; “grama” ou “quilograma (quilo)” para medir massa; etc.;
- entre as diferentes unidades utilizadas para medir uma mesma grandeza, devemos identificar as que são mais convenientes em cada situação. Por exemplo, não usamos “centímetros” para medir o comprimento de uma estrada, mas usamos essa unidade de medida para medir o comprimento da caneta.

(*) Atividade retirada do livro de 3ª série: “Contar, construir, viver – Matemática, da Ed. Contexto.



Atividade 4

Como você pode observar, a atividade “Quanto mede?” aqui descrita serve para introduzir o trabalho com as representações de medidas de algumas grandezas.

Descreva, a seguir, como você poderia dar continuidade a essa atividade, no dia em que os alunos apresentassem os seus levantamentos sobre as unidades de medidas solicitadas.

Você deve ter imaginado uma atividade em que os alunos lidem com as escritas numéricas dessas medidas, em que seja necessário o uso de vírgulas, não é?

Então, pode ser feita uma atividade como a que foi realizada em uma classe de 3º ano.

INDO À SALA DE AULA



Qual é a sua altura?

Material: 2 ou 3 fitas métricas (ou trenas ou réguas grandes).

A atividade foi iniciada pela professora, com a pergunta:

— *Quem sabe me dizer qual é a sua altura?*

Alguns alunos responderam e a professora foi anotando suas respostas no quadro de giz, escolhendo três respostas bem diferentes:

— *Eu meço 1 metro e 45 centímetros.*

— *Minha altura é 148 centímetros.*

— *Minha mãe disse que minha altura é 1 e 50.*

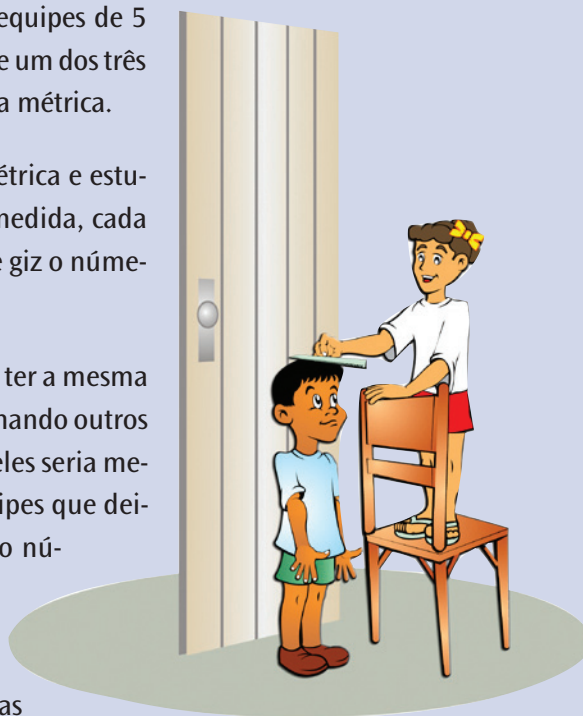
Pediu, então, aos três alunos que deram essas respostas, que ficassem à frente dos colegas para serem medidos com as fitas métricas, trazidas para a sala de aula.

A seguir, foram formadas três equipes de 5 alunos, para que cada uma medisse um dos três alunos escolhidos, usando uma fita métrica.

Depois de analisarem a fita métrica e estudarem como usá-la para fazer a medida, cada grupo foi colocando no quadro de giz o número encontrado na fita métrica.

Para que toda a classe pudesse ter a mesma experiência, a professora foi designando outros grupos de 6 alunos, em que um deles seria medido pelos outros 5, tendo as equipes que deixar registrado no quadro de giz, o número encontrado na fita métrica.

Feita a experiência, a professora propôs à classe que examinasse as respostas dadas, no início, pelos três alunos escolhidos inicialmente e os números registrados pelas três equipes que os mediram.



INDO À SALA DE AULA

Eles concluíram que a fita métrica indicava o total de centímetros, de zero até 150. Assim, a resposta que estava de acordo com o número encontrado na fita métrica era a segunda, ou seja, “Minha altura é 148 centímetros”, uma vez que o número registrado no quadro de giz era “148”.

A seguir, a professora propôs que comparassem a primeira resposta dada: “Eu meço 1 metro e 45 centímetros” com o número registrado no quadro de giz: “145”.

Depois de algumas discussões, alguns alunos chegaram à conclusão de que “100 centímetros formam 1 metro, então, o total de 145 centímetros foi separado em 1 metro e aquilo que restou, isto é, 45 centímetros.”

Aproveitando essa conclusão, a professora explicou que havia um modo mais rápido de registrar essa resposta, usando um número com vírgula para indicar a separação dos metros para os centímetros. Ela registrou no quadro de giz: 1,45 m.

Os alunos verificaram, assim, que poderiam usar modos diferentes para escreverem essa resposta e que todos eles indicam a mesma coisa:

$$145 \text{ cm} = 1 \text{ m e } 45 \text{ cm} = 1,45 \text{ m}$$

Quanto à terceira resposta: “Minha mãe disse que minha altura é 1 e 50.”, os alunos concluíram, por comparação com o caso anterior, que a mãe do colega havia dado uma resposta abreviada e o que ela queria dizer era: “1 metro e 50 centímetros”.

A professora solicitou, então, que os alunos registrassem todas as alturas que estavam anotadas no quadro de giz, usando as três maneiras que haviam sido estudadas.

Como atividade para casa, solicitou que todos procurassem em jornais, revistas, folhetos etc., medidas que estivessem representadas com escritas que usassem vírgula e anotassem os resultados encontrados.



Atividade 5

Professor, após ter analisado a atividade “Qual é a sua altura?” planeje uma outra em que se possa explorar a experiência cotidiana dos alunos com utilização da representação decimal para indicar resultados de medições.

Como você pode observar, a utilização de unidades de medidas de grandezas como comprimento, massa capacidade ou do nosso dinheiro é uma boa estratégia para introduzirmos o estudo sobre os números decimais.

Você deve ter se dado conta, também, de que há ainda um longo caminho a ser trilhado até que os alunos observem a passagem de uma ordem decimal para a outra, sempre a partir de agrupamentos de 10 em 10 unidades, para que utilizem as representações decimais com compreensão do seu significado.

Uma das dificuldades encontradas, ao se trabalhar com medidas utilizadas no dia-a-dia, é saber que, embora havendo múltiplos e submúltiplos dessas unidades de medida, de 10 em 10, nem todas são usadas na prática. Por exemplo:

- para medir comprimentos, usamos normalmente o metro, o centímetro e o quilômetro – às vezes o milímetro. Mas unidades como o decâmetro, o hectômetro, o decímetro dificilmente são citadas;
- para medir a massa (o que popularmente chamamos de “peso”), usamos o grama, o quilograma e a tonelada – em raros casos, mais ligados a medicamentos, aparece o miligrama. Unidades como o decagrama, o decigrama, o hectograma ou o centigrama são desconhecidas pelas pessoas na vida prática.

Assim, é importante que os alunos manipulem alguns materiais adequados, em que façam agrupamentos e trocas de 10 em 10 unidades, de modo a estabelecerem as relações com as regras já construídas para representar os números naturais.

Você já viu, por exemplo, que o trabalho com nosso dinheiro é motivador porque favorece o uso de trocas e permite a observação de escritas em que valores numéricos são representados com o uso de uma vírgula. No entanto, ele **não é** um exemplo muito adequado para utilização de agrupamentos e trocas de 10 em 10 unidades, porque

- além das notas de R\$1,00; R\$10,00; R\$100,00, nós temos notas de R\$ 5,00 e de R\$ 50,00 (em que podemos trocar **2** notas de um dado valor, por 1 nota de valor equivalente), o que não nos interessa, pois só queremos trabalhar com agrupamentos e trocas de 10 em 10 unidades, ou seja, com unidades, dezenas, centenas, etc., como uma extensão das regras do SND, obrigando-nos, com isso, descartar notas e moedas existentes, em função do objetivo de realizar agrupamentos e trocas de 10 em 10 unidades.
- nós passamos de **1 unidade** (R\$ 1,00) para as moedas que representam os **centésimos** de real (os **centavos**). Apesar de termos moeda de 10 centavos, cujo valor representa a décima parte do real, o ideal seria que houvesse uma moeda de valor unitário que ainda representasse a **décima parte** do real – poderia ser uma moeda chamada de “1 decíavo”, não é?

Existem no mundo sistemas monetários onde existe a moeda unitária de um décimo do inteiro. Por exemplo;

O dinheiro americano é, para as escolas deles, um “material didático” mais adequado que o nosso, pois lá existem as seguintes moedas:

- 1 dime, que vale a décima parte de 1 dólar ;
- 1 cent, que vale a centésima parte de 1 dólar (e, portanto, a décima parte de 1 dime).

Para contornar essas dificuldades, podemos criar uma atividade que use um dinheiro imaginário, de acordo com nossas necessidades didáticas.

A seguir, apresentamos um exemplo.

Professor, é muito importante que você realize a atividade, como se fosse um aluno, para que possa analisar todos os seus detalhes. Para isso, você pode utilizar o material que se encontra no modelo do Anexo 1 .



INDO À SALA DE AULA

O dinheiro do País Encantado

Material para cada aluno: uma folha como a do Anexo 1, tesoura, 2 folhas de papel sulfite, lápis de cores.

Material para ser usado pela classe: cola.

Distribua, para cada aluno, uma folha como a do modelo no Anexo 1, explicando que nela está representado o dinheiro utilizado em um país imaginário: o País Encantado. Cada aluno deverá recortar todas as notas e moedas e guardá-las em um envelope, que eles mesmos devem construir, com uma das folhas de papel sulfite.

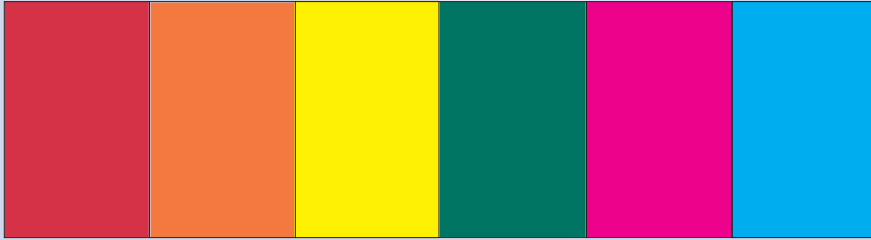
Solicite que inventem um nome para dar a esse dinheiro.

Você pode sugerir uma votação para a escolha do nome do dinheiro, pedindo que a classe organize os dados obtidos em um gráfico ou uma tabela (como tem sido sugerido, para o tema Tratamento da Informação).

INDO À SALA DE AULA



Solicite também, que dobrem uma folha de sulfite em 6 partes iguais, colorindo cada parte da mesma cor usada para colorir as notas e moedas, conforme modelo.



Obs.: esse é o modelo do ábaco de papel.

Só para facilitar a nossa conversa, vamos imaginar que os alunos escolheram o nome “NIC” para o dinheiro e usaram as cores indicadas.

Peça que utilizem esse “dinheiro” e trabalhem sempre com ele, para realizarem todas as etapas da atividade.

1ª etapa:

Os alunos, em duplas, deverão trabalhar com o dinheiro do País Encantado, para fazerem as trocas necessárias e preencherem a tabela:

São necessárias:	Para formar
___ notas de 10 Nics	100 Nics
___ notas de 1 Nic	10 Nics
___ moedas de 1 Decinic	1 Decinic
___ moeda de 1 Centinic	1 Centinic

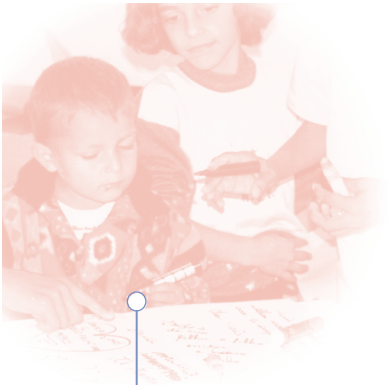
2ª etapa:

Proponha às duplas a situação seguinte:

Vamos imaginar que Jota e seus irmãos Ana e Lu são habitantes do País Encantado e que estão economizando o dinheiro recebido semanalmente, guardando-o em caixas iguais. Cada caixa tem separações para cada tipo de notas ou moedas guardadas pelos meninos.

Antes de guardar o dinheiro economizado, Jota e seus irmãos sempre juntam as notas e moedas e as trocam por outras de maior valor, de modo a terem sempre na caixa a menor quantidade possível de notas e de moedas. Eles também registram, em um caderno, quanto cada um guardou.

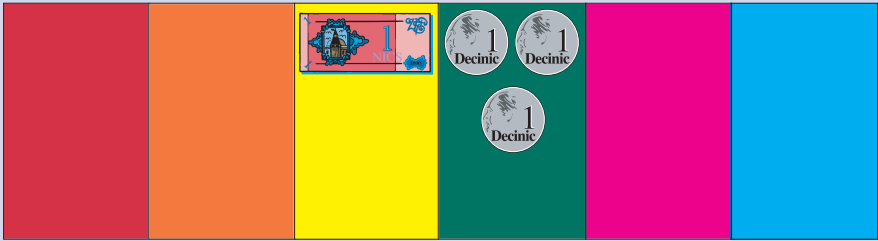
Vamos ajudar os irmãos a fazerem seu trabalho? Então, acompanhe a história e preencha os espaços pontilhados.



INDO À SALA DE AULA

- na primeira semana, Jota havia ganhado 13 moedas de 1 Decinic.

Ele fez as trocas e guardou na caixa:

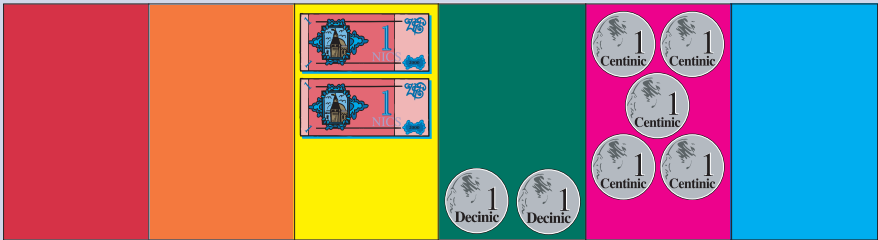


Ele fez o seguinte registro em seu caderno:

Centenas de Nics	Dezenas de Nics	Unidades de Nics	Decinics	Centinics	Milínics
		1	3		

Usando uma **vírgula** para separar “o que é nota” do “que é moeda”, podemos, então, escrever: **N\$ 1,3**.

- Ana ganhou 2 Nics e 25 moedas de 1 Centinic. Ela fez as trocas e guardou a quantia na sua caixa:



Ajude Ana, fazendo o registro da quantia economizada por ela.

Centenas de Nics	Dezenas de Nics	Unidades de Nics	Decinics	Centinics	Milínics
		_____	_____	_____	

Agora, represente essa quantia, usando uma vírgula: N\$ _____ .

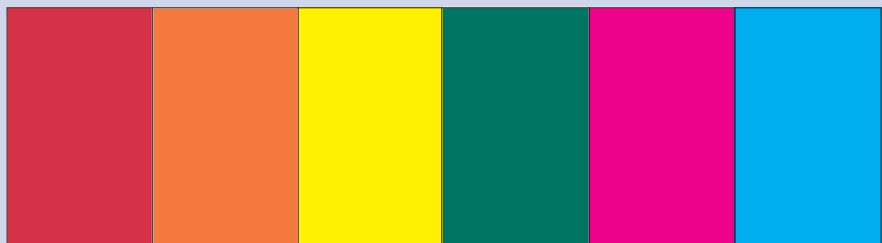
- Lu ganhou 5 Decinics e 32 moedas de 1 Milinic.

Faça as trocas necessárias para guardar esse dinheiro na caixa e, depois, registre a quantia, no caderno:

INDO À SALA DE AULA



CAIXA:



Faça o registro no caderno:

Centenas de Nics	Dezenas de Nics	Unidades de Nics	Decinics	Centinics	Milinics
		_____	_____	_____	_____

Essa quantia pode ser representada por: N\$ _____ .

3ª etapa

Usando, ainda, o dinheiro do País Encantado, complete os espaços que estão com pontilhados:

Total de notas e moedas	Representação decimal dessa Quantia
12 NICS e 32 Centinics	
	46,025
143 NICS e 4 Decinics	
	0,241
18 Centinics	

Obs.: Recomende aos alunos que guardem o ábaco e o “dinheiro”, para serem usados em outras atividades, mais adiante.



Atividade 6

Professor, depois de ter realizado todas as etapas da atividade “O dinheiro do País Encantado”, responda:

- a) Como se costuma trabalhar, em sua escola, a questão da representação e leitura de números decimais?

- b) Você considera que a atividade proposta vem facilitar o trabalho usualmente realizado, em sua escola, sobre o tema proposto? Justifique sua resposta.

“Sabemos que muitos alunos (até do Ensino Médio) se sentem inseguros para lidarem com situações envolvendo os números racionais...”

Sabemos que muitos alunos (até do Ensino Médio) se sentem inseguros para lidar com situações envolvendo os números racionais tanto em sua representação fracionária quanto na decimal.

Para evitar que isso aconteça com nossos alunos, é importante que sejam planejadas muitas atividades em que, agindo sobre materiais adequados, esses alunos construam, aos poucos as noções relacionadas a décimos, centésimos, milésimos, ... e suas representações.

Assim, sugerimos algumas outras atividades que podem reforçar as noções que estão sendo construídas.

Esperamos que você realize as atividades descritas, a seguir, utilizando os materiais de apoio indicados, analisando e planejando o uso dessas atividades em sua escola.



Vamos colorir?

Material para cada aluno: uma folha de papel quadriculado, como a do modelo (Anexo 2) e lápis de cores.

1ª etapa

Essa 1ª etapa da atividade deve levar o aluno a vivenciar a representação de partes do inteiro, formadas por décimos dele.

Cada um deve receber o material indicado, com a seguinte orientação:

- cada tira desenhada na folha representa **1 inteiro**;
- colorir a parte do inteiro indicada por um número decimal, ou indicar, usando um número decimal, que parte do inteiro está colorida.

	
	$\frac{2}{10}$
	
	$\frac{4}{10}$
	
	
	$\frac{7}{10}$
	
	$\frac{9}{10}$
	

2ª etapa

A etapa seguinte tem por objetivo levar os alunos a terem uma experiência com os centésimos de um inteiro.

Variar o tamanho e a forma da figura que representa o inteiro é enriquecedor para o aluno, pois essa variação permitirá que ele estabeleça a relação parte-todo.

INDO À SALA DE AULA

Além disso, é bem mais fácil visualizar a centésima parte do inteiro, usando-se uma folha retangular dividida em 100 partes iguais, como no modelo.

Cada aluno deve receber uma dessas folhas com a seguinte solicitação:

— *Indicar, com um número escrito na forma decimal ou fracionária ou ainda percentual, que porção de toda a figura está colorida com cada uma das cores.*



 _____  _____  _____  _____

Parte do quadriculado sem colorido _____

Realizadas as duas etapas, deve haver uma discussão na classe sobre as respostas dadas pelos alunos, pois podem aparecer diferentes e interessantes escritas. Por exemplo,

- no quadriculado da 2ª etapa, para a porção colorida com  , alguns alunos podem ter feito a indicação $\frac{50}{100}$ ou 50%, enquanto outros podem ter colocado $\frac{1}{2}$ e ainda outros, por influência da atividade da 1ª etapa, podem ter usado 0,50.

Nesse caso, comente com a classe que todas essas escritas representam a **mesma quantidade** e, portanto, são **escritas equivalentes**, ou seja, indicam a **metade** da figura toda. No entanto, a escrita que mais se usa, atualmente, como se pode constatar em todos os meios de comunicação, é a que utiliza a vírgula.

Se não aparecer a **representação percentual** você poderá apresentá-la, retomando o seu significado:

- essa porção da figura também pode ser representada por 50% (50 por cento), que indica que “50 partes em um total de 100” estão coloridas com a cor .

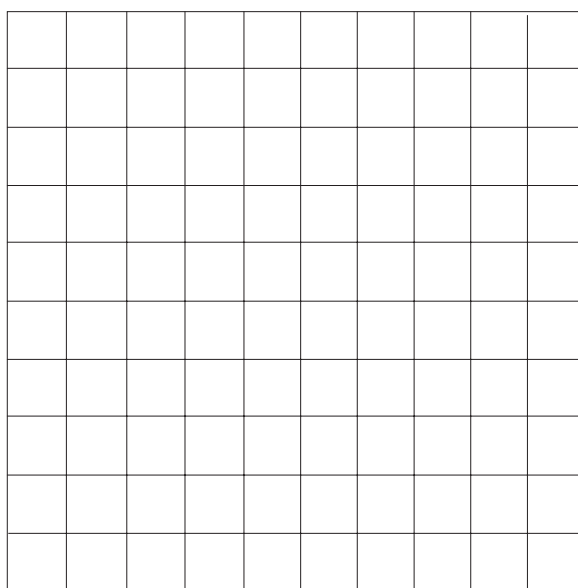


Atividade 7

Professor, agora é com você:

- a) Use algumas escritas equivalentes, na forma decimal, fracionária ou percentual, para indicar cada uma das partes coloridas (amarela, vermelha, azul e verde) do quadrado dado na atividade “Vamos colorir?”.

- b) Você deverá colorir porções da figura a seguir, conforme indicado na legenda:

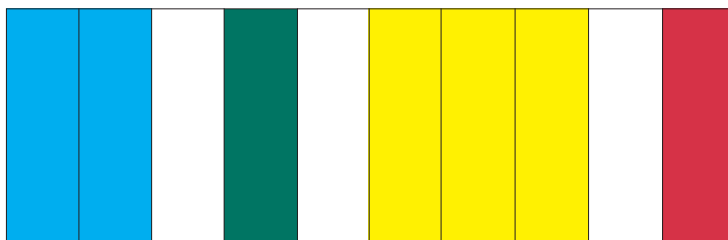


LEGENDA:

Azul: 0,36 ; Verde: 0,08 ; Alaranjado: 40% ; Amarelo: $\frac{16}{100}$

- c) Resolva, agora, os problemas(*):

- c1) Em uma apresentação de ginástica, um campo foi demarcado conforme o seguinte esquema:



LEGENDA:

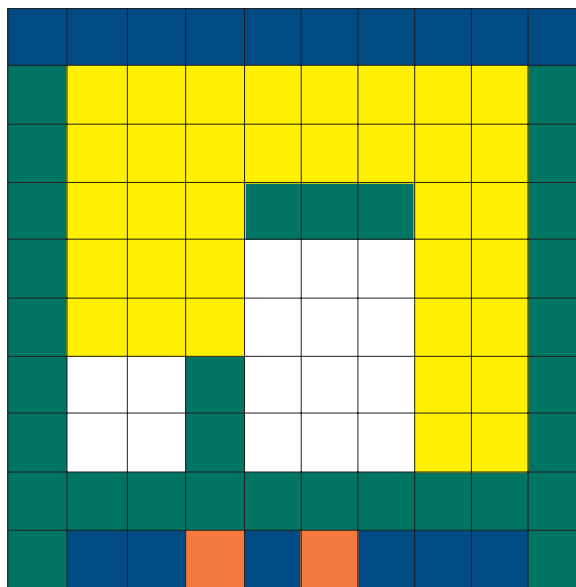
Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Espaços Vazios

1) que parte do campo coube a cada escola?

2) que parte do campo é ocupada, conjuntamente, pelas escolas A, B e C?

3) que parte do campo ficou com espaços vazios?

c 2) A figura seguinte mostra a planta de um conjunto habitacional.



LEGENDA

Moradia	Administração	Segurança	Lazer	Circulação

Registre, com um número, a parte do conjunto habitacional ocupada por:

- Administração _____
- Moradia _____
- Circulação _____
- Segurança _____
- Lazer _____
- Moradia e lazer juntas _____

(*) Problemas retirados do livro “Como 2 e 2 – a construção da Matemática”, de Toledo, M. Ed. FTD.

d) Preencha a tabela a seguir (se achar necessário, use o “dinheiro”de papel e o ábaco, para localizar as unidades, décimos, centésimos ...):

Como se escreve	Como se lê
2,65	Dois inteiros e 65 centésimos
_____	1 inteiro e 2 décimos
0,32	_____
0,007	7 milésimos
5,4	_____
6,003	_____

e) Analise cada uma das questões que você acabou de resolver, nessa atividade.
Agora, planeje algumas questões semelhantes, adequadas aos interesses e ao estágio de aprendizagem de seus alunos.

Relação entre as representações fracionária e decimal de um número racional

Até agora, tratamos dos números racionais tanto na sua representação fracionária quanto na decimal.

Você deve estar preocupado com a questão:

“Como estabelecer a relação entre as representações fracionária e decimal de um número racional?”

Vamos trabalhar esse assunto sob forma de uma atividade, em que você deverá utilizar uma **calculadora**.



Atividade 8

1ª etapa

- a) Professor, com o auxílio de sua calculadora, descubra qual é a representação decimal do número expresso por $\frac{5}{4}$.

- b) Descreva o que você digitou na calculadora para obter esse resultado.

Certamente, você relacionou o número $\frac{5}{4}$ com o resultado da divisão $5 : 4$.

Ao digitar essa operação, o resultado que apareceu no painel da calculadora foi 1,25, ou seja, $\frac{5}{4}$ e **1,25**, representações equivalentes de um mesmo número racional.

Agora, você deve estar pensando:

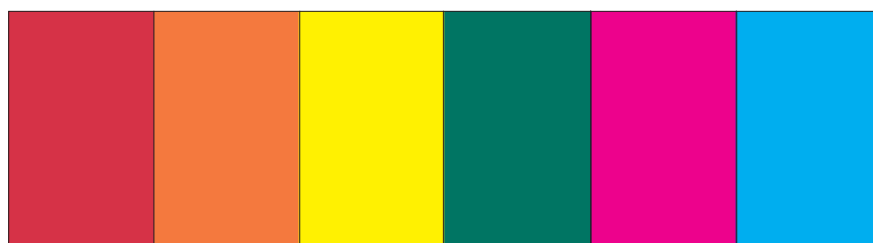
E se os alunos não tiverem calculadora, o que se faz para explicar esse resultado?

A seguir, você poderá encontrar uma sugestão de trabalho que tem produzido bons resultados em muitas escolas.

2ª etapa

Para realizar essa atividade, você deve usar:

- o “dinheirinho” que foi construído para a atividade “O dinheiro do País Encantado”. Com ele, você deverá realizar as trocas necessárias, sempre colocando cada tipo de nota ou moeda no local adequado, no ábaco.
- um ábaco de papel, conforme o modelo, para colocar sobre ele o “dinheiro”:



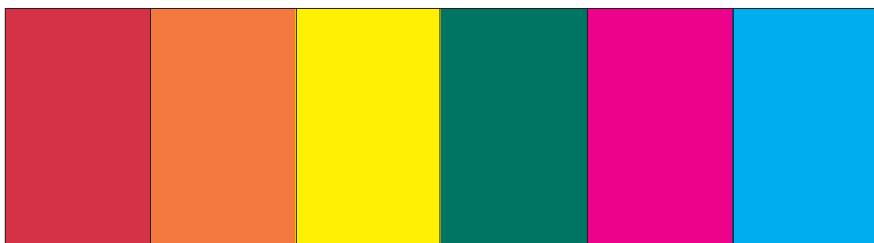
Agora, use o ábaco e o “dinheirinho” para representar as ações realizadas em cada uma das seguintes situações.

1ª situação

Jota, um habitante do País Encantado, quer repartir 5 Nics igualmente entre seus 4 amigos.

Como ele pode fazer isso, sem deixar nenhum dinheiro sobrando?

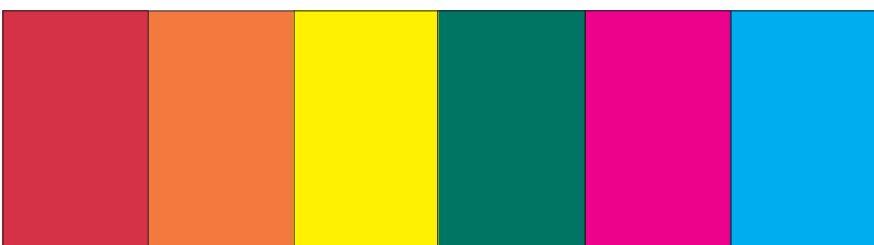
Represente aqui, como ficou seu ábaco, após a divisão.



Naturalmente, para iniciar, você deu 1 Nic para cada pessoa, sobrando 1 Nic que pode ser trocado por moedas, não é?

Então, faça a troca e continue a divisão.

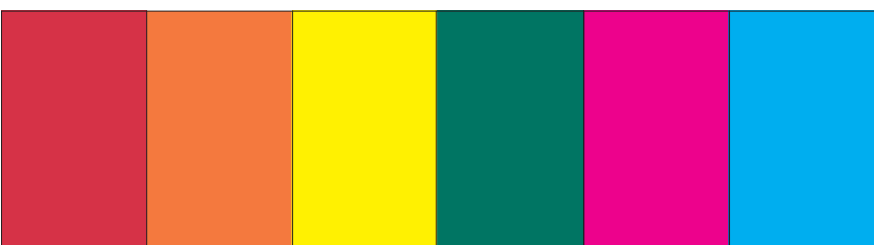
Represente, na figura a seguir, como ficou o seu ábaco, após a troca e a divisão feitas.



Com os 10 Decinics obtidos na troca de 1 Nic por moedas, você pôde dar 2 Decinics para cada pessoa e sobraram 2 Decinics, certo?

Agora, troque cada um desses 2 Decinics pela quantia correspondente, em Centinics, e continue a dividir o dinheiro.

Represente, na próxima figura, o resultado obtidos por você.



Com os 20 Centinics obtidos na troca dos 2 Decinics, você pôde dar 5 Centinics para cada pessoa e não sobrou nenhuma moeda, não é?

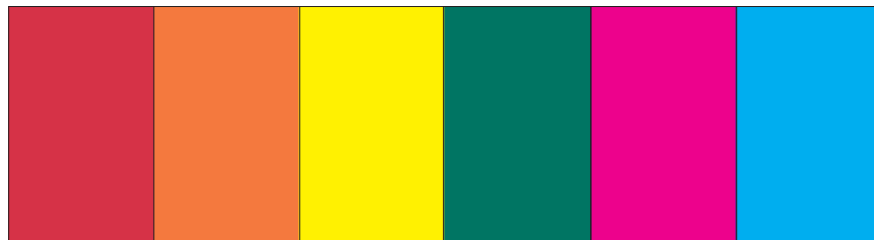
Assim, você conclui que cada pessoa recebeu:

— 1 Nic, 2 Decinics e 5 Centinics e essa quantia pode ser representada por **N\$ 1,25**.

2ª situação

Utilize, novamente o ábaco e o “dinheiro” e descubra qual é a representação decimal do número racional expresso por $\frac{1}{8}$.

Desenhe na figura abaixo o que você obteve no seu ábaco.



Agora, use a calculadora para conferir o resultado obtido e represente-o a seguir.

**Atividade 9**

Para desenvolver esta atividade, procure ter em mãos o TP-3.

Usando uma escrita de maneira semelhante à que foi sugerida no TP-3, no que se referia à divisão de números naturais, arme a conta para dividir 5 por 4 e represente todas as ações que você realizou no ábaco.

Os números decimais como razão entre duas grandezas

Até aqui, vimos os números decimais sendo usados para representar situações de

- relação parte-todo;
- quociente entre dois números naturais (com o segundo, diferente de zero).

É possível, também, usar esses números em situações em que devemos representar uma razão entre dois números naturais.



Atividade 10

Professor, para pensar em situações envolvendo razão, acompanhe esse diálogo entre duas professoras:



NA MINHA CLASSE HOUVE 10 NOTAS MÁXIMAS, NA PROVA DE MATEMÁTICA.



QUE COINCIDÊNCIA!
NA MINHA TAMBÉM!

- a) O que você pode concluir sobre o aproveitamento das duas classes, nessa disciplina?

Acompanhe, agora, o resto do diálogo:



A MINHA CLASSE TEM 20 ALUNOS.
E A SUA?



AH! A MINHA TEM 50.

- b) E agora? Como você compara as produções das duas classes?

Certamente, você concluiu que a classe da 1ª professora foi muito melhor do que a da 2ª, não é? Vejamos:

- 10 alunos em 20 correspondem à **metade** da classe, enquanto 10 alunos em 50, correspondem à **quinta parte** da classe.

Podemos, então, concluir que apenas um número, sem referência ao total de envolvidos em um fenômeno, nem sempre nos permite entender o fenômeno. Assim, trabalhamos de modo mais preciso, usando a razão entre as duas quantidades.

A razão entre 10 e 20 é $\frac{10}{20}$, ou seja, $\frac{1}{2}$; e a razão entre 10 e 50 é $\frac{10}{50}$, ou seja, $\frac{1}{5}$.

- c) Dê um exemplo de uma situação da vida prática em que usamos os números racionais como **razão**. Nas unidades anteriores deste caderno de Teoria e Prática você já viu algumas dessas situações.

Você deve ter se lembrado que, quando trabalhamos com **percentagens**, usamos muitas vezes os números racionais absolutos para indicar a razão entre duas grandezas.

A representação percentual faz com que se pense no que aconteceria, em um dado fenômeno, se o total de elementos envolvidos fosse 100.

Assim, no caso das duas professoras, podemos pensar que a razão

- “10 alunos em 20” está se referindo à metade da classe; então, se essa classe tivesse 100 alunos, a razão equivalente seria “50 alunos em 100” (ou 50/100, ou ainda 0,50);
- “10 alunos em 50” está se referindo à quinta parte da classe; então, se nela houvesse 100 alunos, a razão equivalente seria “20 alunos em 100” (ou 20/100, ou ainda 0,20).

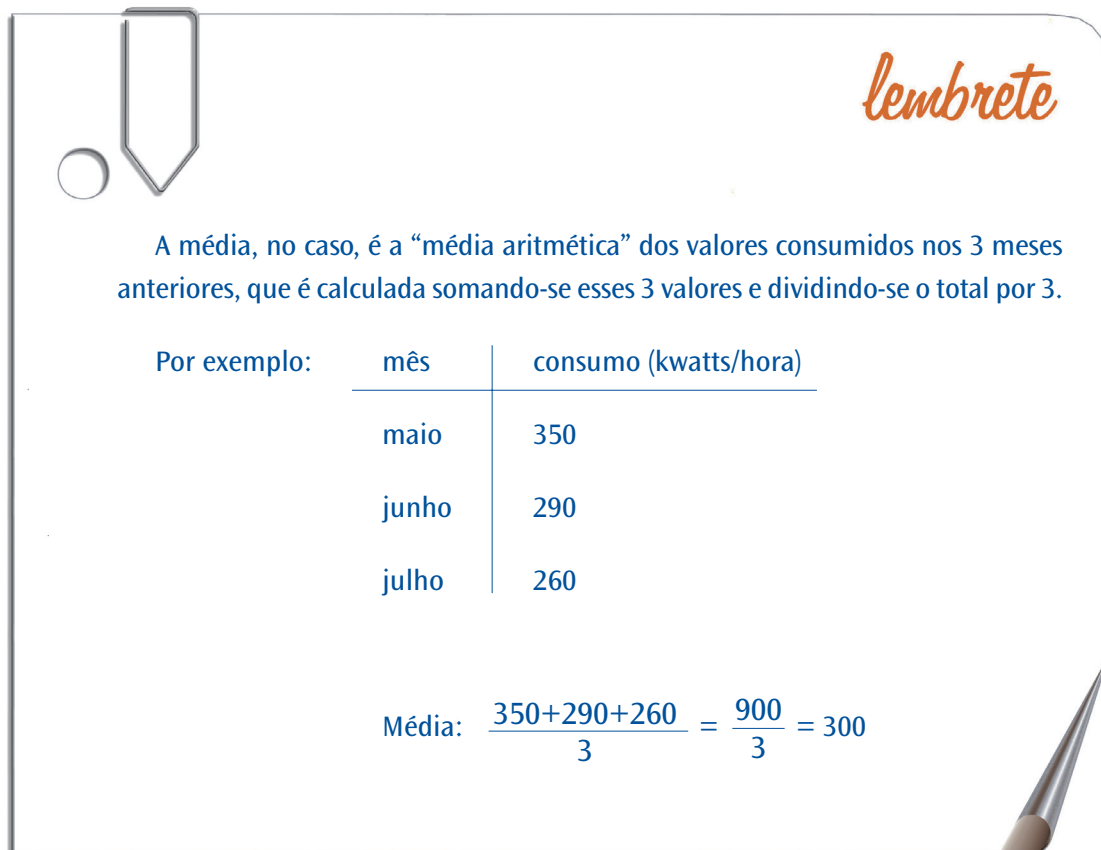
Assim, o que se costuma dizer é:

“**50%** (50 em 100) da classe da 1ª professora obteve nota máxima, enquanto apenas **20%** (20 em 100) da classe da 2ª obteve o mesmo resultado.”

Vejamos um outro exemplo:

Os jornais de todo o país têm noticiado a grave situação em que nos encontramos em relação à geração e distribuição de energia elétrica.

Como consequência, os habitantes de várias regiões do Brasil estão sendo obrigados a consumir 20% a menos do que sua média de uso nos meses de maio, junho e julho de 2000.



lembrete

A média, no caso, é a “média aritmética” dos valores consumidos nos 3 meses anteriores, que é calculada somando-se esses 3 valores e dividindo-se o total por 3.

Por exemplo:

mês	consumo (kwatts/hora)
maio	350
junho	290
julho	260

Média: $\frac{350+290+260}{3} = \frac{900}{3} = 300$

O que isso significa?

Vamos imaginar uma família cuja média de consumo nos meses considerados foi de 300 kwatts/hora

- 20% dessa média significa que, em cada 100 kwatts/hora gastos anteriormente, 20 kwatts/hora deverão ser economizados.
- 300 kwatts/hora são 3 grupos de 100 kwatts/hora, logo, a família deverá economizar 3×20 , ou seja: 60 kwatts/hora.

Sua nova quota de consumo será de

$$300 - 60 = 240 \text{kwatts/hora.}$$

Para calcular 20% de 300, fizemos:

$$300 : 100 = 3 \text{ e depois, } 20 \times 3 = 60.$$

Para um cálculo direto, poderíamos ter feito:

$$\frac{20}{100} \times 300 \quad \text{ou} \quad 0,20 \times 300$$

Isso nos daria o resultado 60 kwatts/hora, o total a ser economizado.

O costume de usar a representação percentual nos ajuda a dar um significado para a razão entre duas grandezas, em particular, quando os números não facilitam um cálculo mental aproximado, que nos permita ter uma idéia da situação.

Veja só esse exemplo:

Suponhamos que a Prefeitura de certo município tenha informado que:

“Do total de 1365 crianças, nascidas no ano de 1998, neste município e em suas vizinhanças, 546 foram matriculadas em nossas creches municipais.”

Ao ler a notícia, é possível que algumas pessoas percebam que “menos da metade das crianças nascidas nesse ano estão nas creches da Prefeitura”, enquanto que outras, com menor habilidade de cálculo mental, não conseguem concluir muito a respeito da relação entre os números dados.

Se a notícia tivesse sido dada em termos percentuais, ela teria afirmado que “40% das crianças nascidas em 1998 estão nas creches”.

$$(0,40 \times 1365 = 546)$$

Com essa informação, já se teria uma idéia mais exata sobre a razão “de cada 100 crianças consideradas, 40 estão matriculadas nas creches”, ou seja, “quase a metade das crianças consideradas estão nas creches.”

Outra situação de uso da porcentagem muito comum, na vida prática, ocorre nas pesquisas de opinião, como no exemplo seguinte.

Pesquisa de opinião, realizada em uma amostra de 1 200 pessoas que responderam à pergunta: “Dos candidatos A, B, C, em qual deles você votaria, para prefeito da cidade?”

Candidato	Total de votos (em %)
A	20
B	10
C	50
Nenhum deles	20



Atividade 11

Professor, responda você:

a) que significa cada um dos números indicados na tabela?

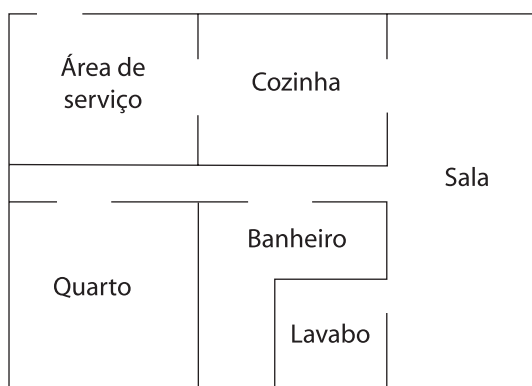
b) qual é o número total dos 1200 entrevistados que votaram em cada um dos candidatos?

- Usamos também os números racionais como razão entre duas grandezas, quando tratamos de questões relacionadas a escalas. Vejamos alguns exemplos.



Atividade 12

Professor, analise a planta apresentada em um anúncio de um apartamento à venda:



ESCALA $\frac{1}{100}$

Agora, usando uma régua e obedecendo à escala indicada, registre a seguir as medidas de cada cômodo desse apartamento.

Você deve ter concluído que a escala $\frac{1}{100}$, no caso, deve estar indicando que “cada 1 cm na planta corresponde a 1 m”, já que 1 cm corresponde à **centésima** parte de 1 metro. Assim, ficou fácil saber as dimensões de cada parte do apartamento, não é?

Nos mapas rodoviários, em geral, aparece a escala usada como **1 : 100 000**, indicando que cada 1 cm do mapa corresponde a 100 000 cm, ou 1 km, na realidade.

Mas, como adaptar esse tipo de situações ao interesse de nossos alunos?

Vejamos um exemplo:



INDO À SALA DE AULA

Em busca de um tesouro

Material para cada dupla de alunos: régua; uma folha com um mapa, como a do Anexo 3.

Você pode contar uma história em que os personagens estejam em busca de um tesouro.

Apresente então, a cada dupla de alunos, um mapa com alguns, possíveis caminhos a serem percorridos pelos heróis para chegar ao tesouro, a partir do lugar em que se encontram. Veja uma sugestão desse mapa, no Anexo 3 (as medidas devem ser feitas apenas sobre as linhas laranja). Indique uma escala, que pode ser mesmo a de $\frac{1}{100}$ (cada **1 cm** do mapa corresponde a **1 m** na realidade).

A seguir, faça algumas perguntas a serem respondidas pelas duplas, alertando-as para a necessidade de usar a régua quando forem medir os trajetos indicados.

- Quantos metros cada um dos personagens Aninha e Bento deverá percorrer pelo caminho indicado, para chegar ao tesouro?
- Qual a diferença entre as medidas dos caminhos de cada um deles até o tesouro?

Uma outra atividade que pode ser feita explorando escalas é a de ampliar ou reduzir figuras, com o auxílio de papel quadriculado. Veja a sugestão a seguir.



Vamos brincar de fotógrafo?

Material para cada aluno: uma folha como a do Anexo 4.

Em primeiro lugar, o professor deve estabelecer um diálogo com a classe, explicando que tratará do tema "ampliação ou redução" de fotografias.

Deverá descobrir se alguns deles possuem, em casa, alguma foto em tamanho comum e sua ampliação (uma foto grande) e sua redução (uma foto de tamanho menor que o original).

Em caso positivo, deve solicitar que tragam as fotos para mostrar aos colegas. E, caso negativo, o próprio professor deve providenciar algumas fotos ou gravuras em xerox, com cópia reduzida ou ampliada.

Feita a exposição das fotos pelos alunos, o professor deve distribuir uma folha como a do Anexo 4, para cada aluno, propondo o seguinte desafio.

A partir da figura dada, desenhe duas outras:

- a primeira deve ser uma **ampliação** da figura, na escala 1x2 ;
- a segunda deve ser uma **redução** da figura, na escala 2x1.

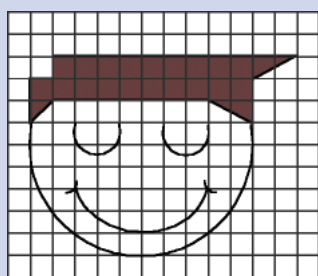
Com a figura em mãos, as crianças deverão discutir o que elas entendem por "escala 1 para 2" e por "escala 2 para 1".

Certamente, a maioria da classe perceberá que para a

- ampliação, passamos do quadriculado em que cada lado mede 1 cm, para o quadriculado em que cada lado mede 2 cm;
- redução, passamos, agora, do quadriculado em que cada lado mede 1 cm para o quadriculado em que cada lado mede 0,5 cm.

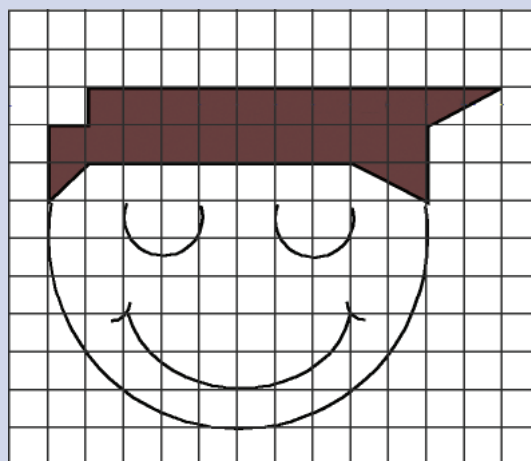
A seguir, cada um deve realizar a tarefa, colorir as figuras e expô-las no "varal de classe".

Exemplo:



Cada quadradinho do quadriculado:

0,3 cm ☐
0,3 cm



Cada quadradinho do quadriculado: 0,5 cm ☐
0,5 cm



Seção 2

Comparação e ordenação de números racionais na sua representação decimal

Objetivos a serem alcançados nessa seção:

- identificar as especificidades da comparação e ordenação de números racionais na sua representação decimal;
- criar situações para que o aluno compare números decimais, enfrentando rupturas com idéias construídas acerca dos números naturais.

Uma dificuldade que os alunos enfrentam, no início do trabalho com números racionais é o fato de um mesmo número poder ser indicado por múltiplas **representações equivalentes**.

Isso não acontecia, até esse momento, quando lidavam apenas com os números naturais. Por exemplo, o número "trezentos e quinze", em um registro mais abreviado, é indicado por 315 e, apenas desse modo, no Sistema de Numeração Decimal. Mas o número "vinte e cinco centésimos" pode ser indicado por $\frac{25}{100}$; ou $\frac{1}{4}$; ou 0,25; ou 0,250; ou 0,2500; e muitas outras representações!

É, então, necessário que você trate desse tema com bastante cuidado, procurando envolver os alunos com essa questão, por meio de atividades adequadamente planejadas. Vejamos.

Equivalência de representações decimais de um número racional

Você pode retomar as atividades com o "dinheiro do País Encantado", para discutir esse tema. Veja abaixo.



INDO À SALA DE AULA

Voltando ao País Encantado

Material para cada dupla de alunos: o "dinheiro" e o ábaco, já construídos para a atividade "No País Encantado".

O professor solicita que cada dupla de alunos utilize novamente o "dinheiro" e o ábaco confeccionados para a atividade citada.

INDO À SALA DE AULA

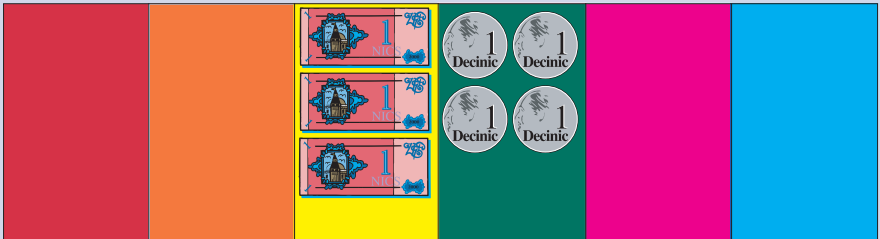


A seguir, retoma com os alunos a história do Jota que guardava dinheiro, para tratar das várias representações que podem ser feitas para um mesmo número racional.

O professor pode apresentar a seguinte questão:

Jota economizou 34 moedas de 1 Decinic e deseja guardá-la em sua caixa, usando a **menor** quantidade possível de notas e moedas. Como ele poderá fazer isso?

Utilizando o material de manipulação cada dupla deverá fazer as trocas possíveis, chegando à seguinte arrumação da caixa:



Observando o que foi obtido na caixa, os alunos deverão fazer o registro em uma tabela, no caderno:

Centenas de Nics	Dezenas de Nics	Unidades de Nics	Decinics	Centinics	Milinics
		3	4		

Retomando com os alunos o que já foi trabalhado anteriormente, o professor deve pedir que indiquem a quantia economizada por Jota, usando a representação decimal e, a seguir, que leiam a quantia representada:

N\$ 3,4 _____ que se lê: 3 NICS e 4 Decinics

O professor pode, a seguir, colocar a seguinte questão:

Nós poderíamos também dizer que Jota ficou com 3 notas de 1 Nic, 4 moedas de 1 Decinic e zero moedas de 1 Centinic, não é?

E como poderíamos representar essa leitura em nossa tabela?

Certamente, os alunos irão representar:

Centenas de Nics	Dezenas de Nics	Unidades de Nics	Decinics	Centinics	Milinics
		3	4	0	

O professor solicita, então, que representem essa quantia, ficando: N\$ 3,40

INDO À SALA DE AULA

O professor poderá, ainda, propor:

Do mesmo modo, é possível dizer que Jota ficou com 3 notas de 1 Nic, 4 moedas de 1 Decinic, zero moedas de 1 Centinic e zero moedas de 1 Milinic.

Representem isso na tabela e depois registrem a quantia correspondente em Nics.

Novamente, os alunos deverão registrar:

Centenas de Nics	Dezenas de Nics	Unidades de Nics	Decinics	Centinics	Milinic
		3	4	0	0

A quantia correspondente será: N\$ 3,400

O professor poderá, então, concluir com a classe que:

São **equivalentes** as escritas $3,4 = 3,40 = 3,400 = \underline{\hspace{2cm}}$

OBSERVAÇÃO

Uma vez bem compreendida a questão das representações equivalentes de um mesmo número racional, torna-se mais fácil a comparação e a ordenação de números racionais, em sua representação decimal.



Atividade 13

Professor: agora é a sua vez!

Utilize o "dinheiro" e o ábaco para resolver as questões a seguir.

A intenção é que você analise as possibilidades de aplicá-las em sala de aula.

Observe a tabela abaixo, em que estão indicadas as quantias economizadas por alguns amigos de Jota:

Nome	Total economizado (em NICS)
Axa	1,5
Beca	1,05
Caco	2,3
Mino	1,50
Pólo	2,15
Zeno	2,300

- a) Verifique, nessa tabela, se há pessoas que economizaram quantias iguais, indicando seus nomes.

- b) Qual foi o amigo que economizou menos? E qual economizou mais?

- c) Dino também é da turma do Jota e não colocou na tabela a quantia que economizou. Ele apresentou aos amigos o seguinte desafio:

"Quero ver quem adivinha quanto eu economizei. Só vou dizer que foi mais que Mino e menos que Polo."

Responda, a seguir, qual quantia poderia ter sido economizada por Dino.

- d) Faça, a seguir, suas considerações a respeito desta atividade, quanto às possibilidades de propô-la a alunos de 4º ano de escolaridade, no Ensino Fundamental.

Localização de um número decimal, na reta numérica

Além de variados materiais de manipulação, como por exemplo o "dinheiro", um bom modo de visualizar a ordenação de números decimais é por meio da **reta numérica**.



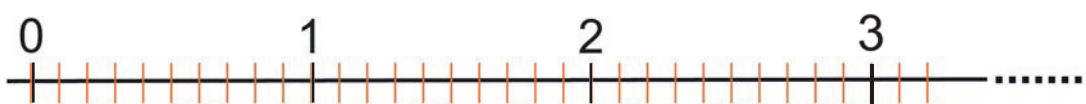
Atividade 14

1ª parte

A) Professor, você vai construir uma "reta numérica" do seguinte modo:

- usando uma régua e caneta preta ou azul, trace em uma folha, colocada na posição horizontal, um segmento de reta;
- marque sobre esse segmento de reta um ponto que será indicado por zero (0);
- a partir desse ponto, vá medindo espaços de 10 em 10 cm, marcando em cada ponto obtido os números: 1; 2; 3.
- usando um lápis (ou caneta) colorido, divida cada um dos segmentos de 10 cm, em 10 partes iguais (de 1 cm cada).

Está pronta a sua "reta numérica":



B) Considerando que a distância entre o **0** e o **1** de sua reta numérica corresponde a "1 unidade", que números decimais você escreveria sobre cada um dos pontos coloridos que estão dividindo essa "unidade" em 10 partes iguais?

C) Fazendo a mesma consideração para a distância entre o **1** e o **2**, que número decimal você escreveria sobre o 3º ponto colorido que você colocou nessa "unidade"? E sobre o 5º ponto?

D) Em que ponto colorido, dessa reta numérica você localizaria o número **2,8**? E o número **2,1**?

E) Na tabela a seguir, coloque, os seguintes números:
1,3 ; 0,5 ; 0,2 ; 2,15 ; 2,3 ; 1,12 ; 0,8 ; 1,9 ; 1,72 ; 1,720 ; 0,200.

<i>Unidades</i>	<i>Décimos</i>	<i>Centésimos</i>	<i>Milésimos</i>

F) Observando a tabela, indique a posição de cada um desses números, na reta numérica que você construiu.

2ª parte

Após ter realizado todas as etapas da 1ª parte dessa atividade, responda às perguntas abaixo:

a) A nossa sugestão é:
Oferecer uma cópia da “reta numérica” para cada aluno do 4º ano de escolaridade no Ensino Fundamental e pedir que respondam a todas as demais perguntas feitas na 1ª parte.

Você considera que isso seria possível, na sua escola? Justifique sua resposta.

b) Quais das etapas da 1ª parte você considera que esses alunos poderiam realizar, com facilidade, se já tivessem trabalhado com o ábaco e o "dinheiro do País Encantado"? Por quê?

c) Continuando a nossa sugestão ...

Se os alunos tiverem realizado a atividade proposta na nossa sugestão inicial, agora será um momento oportuno para incentivá-los a examinarem uma régua comum, observando as semelhanças com a “reta numérica” e observando que a unidade de medida usada na régua é o centímetro (cada espaço entre dois números consecutivos representa o comprimento de 1 cm).

*Nesse caso, os alunos deverão observar que cada um desses espaços está dividido em 10 partes iguais, e cada uma delas é a décima parte de 1 cm, ou seja: **é o comprimento de 1 milímetro.***

Planeje uma situação didática em que os alunos utilizem a reta numérica.



Resumindo

Nesta unidade, você pôde analisar propostas de trabalho focalizando:

- a construção do significado da representação decimal dos números racionais, a partir de alguns de seus usos no contexto social;
- a utilização de números decimais para representar a razão entre dois números naturais (com o segundo diferente de zero), para a compreensão de escalas e porcentagens;
- o estabelecimento de relações entre as representações fracionária e decimal de um mesmo número racional;
- a comparação e a ordenação de números racionais, através da manipulação de material concreto, da sua localização na reta numérica, entre dois números naturais.



Lição de casa

Dos temas tratados nessa unidade, escolha um, que tenha atraído mais a sua atenção.

Planeje uma situação didática que seja motivadora para os alunos de sua escola, em que você possa trabalhar com esse tema.

Descreva a seguir: a situação; seu desenvolvimento com todas as etapas e atividades; o material de apoio a ser utilizado. Descreva, também, algum tipo de avaliação que você usará para verificar se os alunos atingiram seus objetivos.

Correção das
atividades de estudo



Unidade 1 - Seção 1

Atividade 1

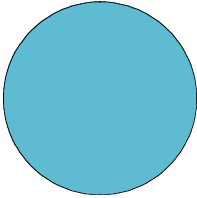
Resposta pessoal.

Uma possível resposta:

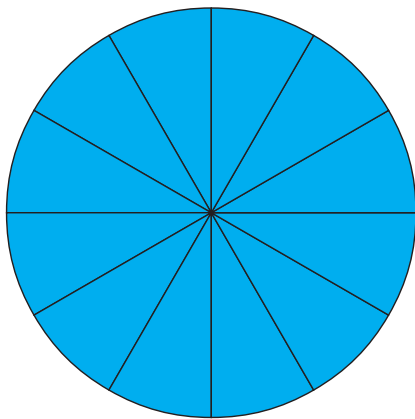
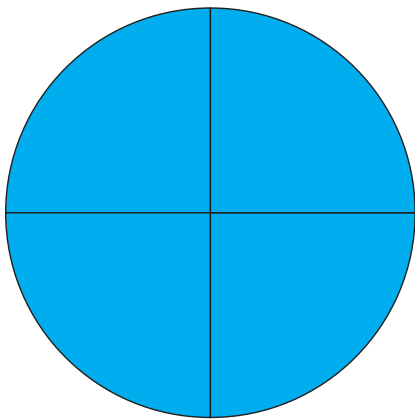
- 50%** metade da biodiversidade mundial está na Amazônia.
- 5,8 milhões** é a área ocupada pela Amazônia, medida em km².
- metade** parte da área da Europa que equivale à área da Amazônia.
- 60%** mais da metade do nosso território é ocupado pela Amazônia Legal; mais precisamente, se o Brasil fosse dividido em 100 partes iguais, a Amazônia Legal ocuparia 60 dessas partes.
- 9** quantidade de países ocupados parcialmente pela Amazônia.
- $\frac{1}{5}$** a quinta parte de toda água doce da Terra está na Amazônia; ou se todo o volume de água doce da Terra fosse dividido em 5 partes iguais, uma delas representaria a água doce da Amazônia.
- quatro décimos** se o volume de toda água doce da América do Sul fosse dividido em 10 partes iguais, 4 dessas partes seriam da água doce da Amazônia.
- três quintos** A água doce da Amazônia representa 3 de todas as 5 partes de água doce do Brasil.
- a Amazônia representa a terça parte de todas as florestas da Terra de árvores de folhas largas.
- 69%** Se a Amazônia fosse dividida em 100 partes iguais, 69 dessas partes estariam no Brasil.

Atividade 2

a)

Superfície a ser medida	Medida da superfície	
	com 	com 
	4	12

b)



c) e d) Resposta do texto.

e) A medida da superfície de  quando tomamos  como unidade é 3 .

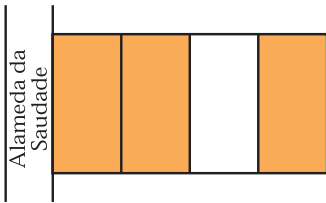
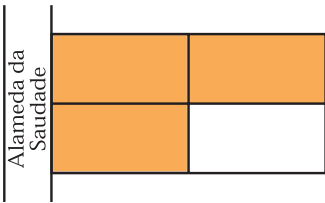
Atividade 3

O canteiro de margaridas é três quartas partes de um lote ou $\frac{3}{4}$ do lote ou 3 quartos de um lote.

Atividade 4

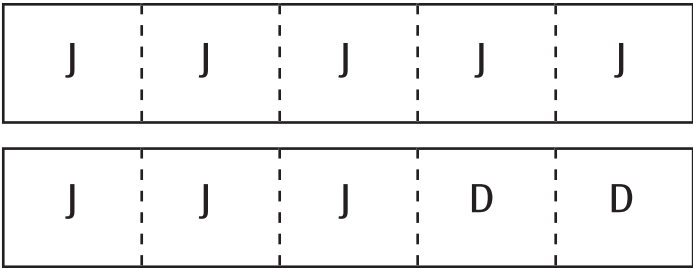
- a) Resposta pessoal.
Resposta no próprio texto.
- b) Resposta pessoal.
Comentário sobre a questão no próprio texto.

Atividade 5



Atividade 6

a) e b) Resposta pessoal.
Uma possível resposta.



c)

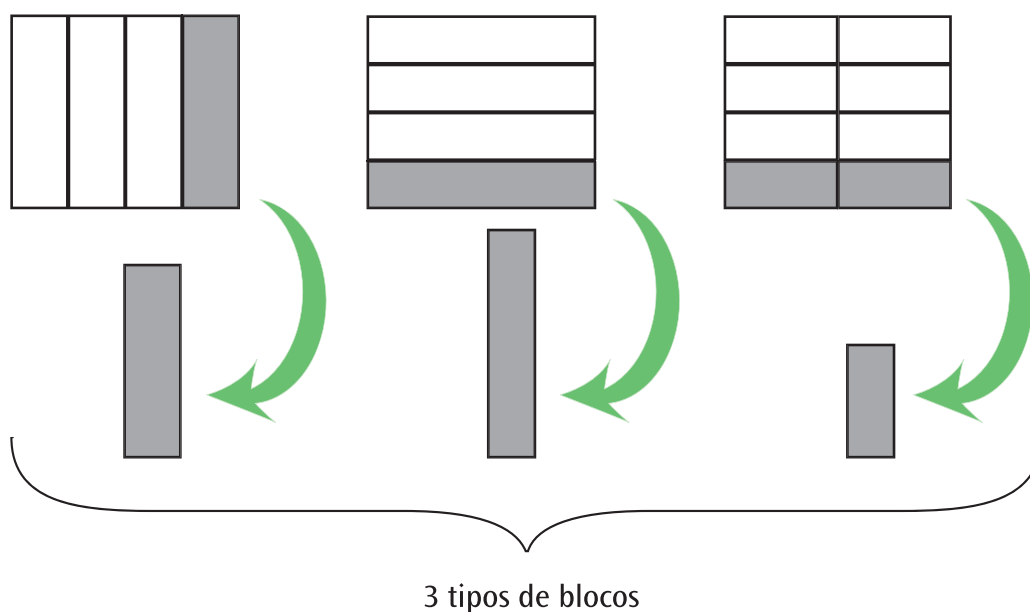
- Uma toalha representa $\frac{1}{5}$ de uma peça.
- A parte de Didi representa $\frac{2}{5}$ de uma peça.
- A parte de Juju representa $\frac{8}{5}$ de uma peça.

d) Juju comprou mais de uma peça pois levou 8 quintos (8 toalhas) de peça; como numa peça há 5 quintos (5 toalhas) então Juju levou 3 quintos a mais dos 5 quintos que uma peça contém.

Atividade 7

a) Resposta pessoal.

b) Os blocos são diferentes, apesar de apresentarem o mesmo número de páginas, todas retangulares. Essa diferença se deve ao fato da folha poder ser dividida em 4 partes retangulares de 3 modos diferentes.



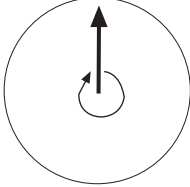
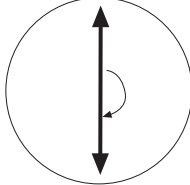
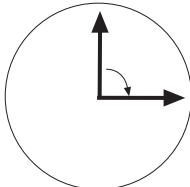
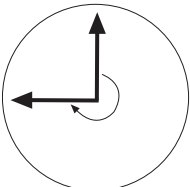
Atividade 8

a) A medida da capacidade de A quando se toma a capacidade de C como unidade é 5, pois em A cabem 5 C.

b) Resposta pessoal.

Comentada no texto.

Atividade 9

Movimento do ponteiro grande	Quantidade de voltas	Tempo gasto pelo ponteiro nesse movimento (em minutos)	Tempo gasto pelo ponteiro nesse movimento (em horas)
	1	60	1
	$\frac{1}{2}$	30	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{4}$	15	$\frac{1}{4}$
	$\frac{3}{4}$	45	$\frac{3}{4}$
1ª coluna	2ª coluna	3ª coluna	4ª coluna

- A 2ª e 4ª colunas têm os mesmos números, isto é o número que expressa a quantidade de voltas é o mesmo que expressa a medida do tempo em horas, em cada caso.
- Em todas as colunas os números se comportam do mesmo jeito ao passarmos de uma linha para outra, como mostram as flechas.

Atividade 10

Mesmo fazendo 12 receitas o índice comparativo entre o número de copos de leite e o número de copos de suco seria de 2 para 3, isto é, $\frac{2}{3}$.
De fato, para 12 receitas, a doceira usaria 24 copos de leite (2x12) e 36 copos de suco (3x12).

É possível dividir os 36 copos de suco em 3 partes iguais e obter em duas delas o número de copos de leite (36 ÷ 3 = 12 e 2 x 12 = 24).

Atividade 11

a) classe de João - banheiro $\longrightarrow$ 8m
 classe de João - pátio $\longrightarrow$ 12m

b) Anda 20m.

c) $\frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$ ou $\frac{6}{9}$ etc..

d) Resposta pessoal.

É possível que um professor tenha dividido o comprimento do caminho "classe de João - pátio" em 3 partes iguais e verificado que 2 delas representam o comprimento do caminho "classe de João - banheiro", obtendo assim o índice $\frac{2}{3}$.

Quem obteve o índice $\frac{4}{6}$, dividiu o comprimento do caminho "classe de João-pátio" em 6 partes e verificou que 4 dessas partes representam o comprimento do caminho "classe de João-banheiro".

O mesmo raciocínio para os demais índices.

Atividade 12

a) e b) Três soluções (além de $\frac{2}{3}$)

- três grupos com 4 janelas em cada grupo para A e 6 janelas em cada grupo para B; número que descreve essa comparação: $\frac{4}{6}$,
- dois grupos com 6 janelas em cada grupo em A e 9 janelas em cada grupo em B; número que descreve essa comparação: $\frac{6}{9}$.
- 1 só grupo de 12 janelas em A e um só grupo de 18 janelas em B.

c) Se cada 2 janelas de A correspondem a 3 janelas de B, isso significa que a despesa com a limpeza de A e B mantém a mesma relação.

Então, se dividirmos 36 reais em 3 grupos iguais (12 reais por grupo) e pegarmos 2 desses grupos ($2 \times 12 = 24$ reais) obtemos a despesa que será feita com a limpeza das panelas de A: R\$ 24,00.

A despesa com as janelas de A é $\frac{2}{3}$ da despesa com as janelas de B.

Atividade 13

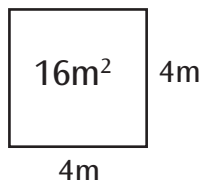
a)

- 20/100; 20%
- 5/100; 5%
- 22/100; 22%

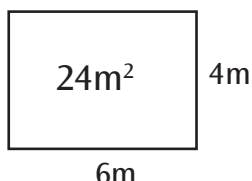
- b)
- 80/100; 80%
 - 93/100; 93%
 - 80/100; 80%

Lição de casa

Sala de 4m por 4m tem área de 16m^2 .



Sala de 6m por 4m tem área de 24m^2 .



Assim, 12 pessoas igualmente espalhadas em 16m^2 nos dá um índice de $\frac{12 \text{ pessoas}}{16 \text{ m}^2}$ ou $\frac{3 \text{ pessoas}}{4 \text{ m}^2}$ ou $\frac{6 \text{ pessoas}}{8 \text{ m}^2}$ já que $\frac{12}{16}$, $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$ são frações equivalentes.

Por outro lado, 15 pessoas espalhadas em 24m^2 nos dá um índice de $\frac{15 \text{ pessoas}}{24 \text{ m}^2}$ ou $\frac{5 \text{ pessoas}}{8 \text{ m}^2}$ ou $\frac{10 \text{ pessoas}}{16 \text{ m}^2}$, já que as frações $\frac{15}{24}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{10}{16}$ são equivalentes.

Como $\frac{12}{16}$ é um número maior do que $\frac{10}{16}$ então na sala de 4m por 4m as pessoas estão mais concentradas do que na sala de 4m por 6m.

Unidade 2 - Seção 1

Atividade 1

a) e b) Resposta Pessoal.

A divisão da folha pode ser feita em 8, 16, 24, 32, ...partes.

Se, por exemplo, a primeira folha for dividida em 8 partes iguais, todas as demais também deverão ser divididas em 8.

A	B	C	D
A	B	C	D

A	B	C	D
A	B	C	D

A	B	C	D
A	B	C	D

A	B	C	D
A	B	C	D

A	B	C	D
A	B	C	D

c) Resposta pessoal.

De acordo com o número de partes mencionadas acima, cada parte será representada por $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, ...respectivamente.

No nosso exemplo, como cada folha foi dividida em 8 partes iguais, cada parte é $\frac{1}{8}$ da folha.

d) Resposta pessoal.

No exemplo acima, cada pessoa receberá $\frac{10}{8}$ de folha.

Atividade 2

a) Cada 4 janelas de A correspondem a 6 janelas de B. Ou ainda, o total das janelas de A corresponde a $\frac{4}{6}$ das janelas de B.

b) Com a reforma, A ficou com 18 janelas e B com 27 janelas, já que cada andar de A tem 2 janelas e de B tem 3 janelas e foram aumentados 3 andares. Portanto, A ficou com $2 \times 3 = 6$ janelas a mais do que tinha e B com $3 \times 3 = 9$ a mais. Como A tem agora 18 janelas e B tem 27, a relação entre 18 e 27 pode ser representada por $\frac{2}{3}$ ou $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$ ou $\frac{18}{27}$... conforme as subdivisões possíveis em A e em B.

Respostas possíveis: $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{18}{27}$...

Atividade 3

Resposta no próprio texto.

Atividade 4

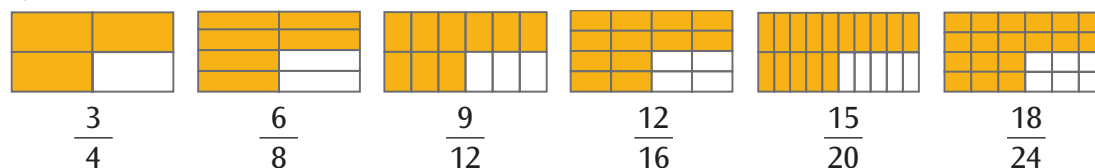
Resposta no próprio texto.

Atividade 5

a) Uma resposta possível: multiplicaria o numerador e o denominador por 6, 7, 8, obtendo $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{9}$ e $\frac{18}{27}$, respectivamente.

b) $\frac{3}{4}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{15}{20}$, $\frac{18}{24}$.

c)



As frações dessa sequência são equivalentes, pois representam a mesma área da região retangular.

Os números dessa sequência são iguais (embora representados por frações diferentes), pois as frações que os representam são equivalentes.

Atividade 6

Classe de equivalência de $\frac{1}{2} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \dots \right\}$

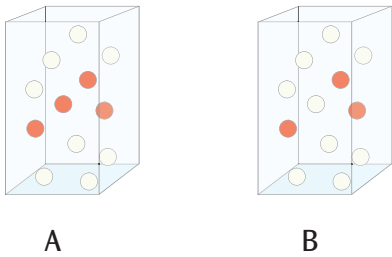
Classe de equivalência de $\frac{1}{3} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots \right\}$

Classe de equivalência de $\frac{1}{4} = \left\{ \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \dots \right\}$

Classe de equivalência de $\frac{1}{5} = \left\{ \frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{15}, \frac{4}{20}, \dots \right\}$

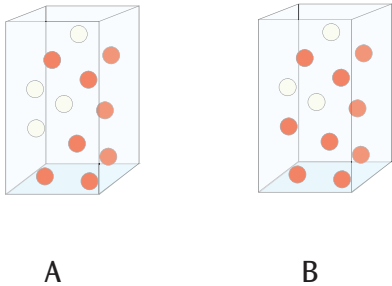
Atividade 7

a)



Em A foi pintada uma quantidade maior de bolinhas do que em B; assim, $\frac{1}{3}$ é maior do que $\frac{1}{4}$.

b)

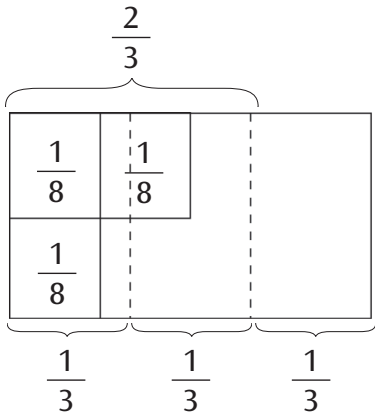


Em B há mais bolinhas pintadas do que em A; assim, $\frac{3}{4}$ é maior do que $\frac{2}{3}$.

Atividade 8

Resposta pessoal.

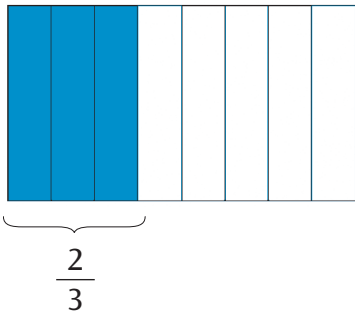
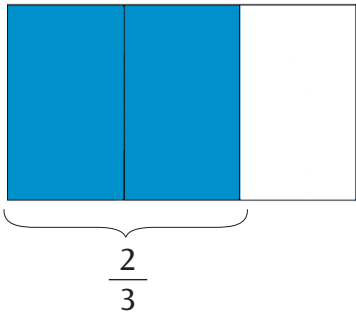
a) Ao recortar a figura 2 e sobrepôr 3 partes sobre a figura (1) o professor pode obter



constatando que $\frac{3}{8}$ é menor do que $\frac{2}{3}$.

b) Uma possível resposta:

Dividindo o mesmo inteiro (retângulo) paralelamente ao lado menor, em terços e oitavos nota-se que $\frac{2}{3}$ dele é maior do que $\frac{3}{8}$ desse mesmo retângulo.



Atividade 9

a) Os números que aparecem na régua são números naturais.

b) Ainda observamos que há traços grandes (apontando para os números naturais), médios (bem no meio entre dois traços grandes consecutivos) e traços pequenos (4 tracinhos entre um traço grande e um médio consecutivos).

c) Os traços mais compridos entre o 1 e o 5 indicam 2, 3 e 4

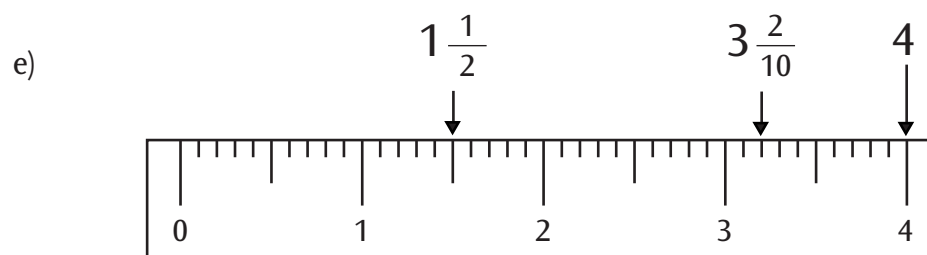
Os traços médios indicam $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ e $4\frac{1}{2}$.

Os traços pequenos entre zero e 1 indicam $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{9}{10}$.

d) Entre: zero e 1 há 10 intervalos.

1 e 3 há 20 intervalos.

2 e traço médio entre 2 e 3 há 5 intervalos.



Atividade 10

Resposta pessoal.

Uma resposta possível: como ambos os números ($\frac{3}{8}$ e $\frac{4}{7}$) são menores do que 1 não adianta compará-los com a unidade! Por outro lado, quando divido a classe em “oitavos” cada parte terá menos alunos do que quando a divido em “sétimos”. Então em $\frac{1}{8}$ da classe há menos alunos do que em $\frac{1}{7}$; com maior razão ainda em 3 oitavos haverá menos alunos do que $\frac{4}{7}$ da classe.

Atividade 11

Classe de equivalência de $\frac{5}{8} = \left\{ \frac{5}{8}, \frac{10}{16}, \frac{15}{24}, \frac{20}{32}, \frac{25}{40}, \frac{30}{48}, \dots \right\}$

Classe de equivalência de $\frac{3}{4} = \left\{ \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}, \dots \right\}$

Como 5 oitavos é menor do que 6 oitavos, então $\frac{5}{8}$ é menor do que $\frac{3}{4}$.

Então o pedreiro recebeu menos dinheiro do que o encanador.

Lição de casa

$35\% = \frac{35}{100}$ representam a parte das pessoas que foi de ônibus

x 20



$\frac{2}{5}$ é equivalente a $\frac{40}{100} = 40\%$ representam a parte das pessoas que foi de helicóptero.



x 20

Como $\frac{40}{100}$ é maior do que $\frac{35}{100}$, isto é, 40% é maior do que 35%, então o helicóptero transportou mais pessoas do que o ônibus.

Juntando os 35% que foram de ônibus com os 40% das pessoas que foram de helicóptero, dá 75%. Para completar o total de pessoas daquela região - 100% - faltam 25%, que representam as pessoas que foram de carro.

Unidade 3 - Seção 1

Atividade 1

a) A tira sombreada representa a décima parte do retângulo maior.

Podemos representar a décima parte de 1 inteiro pela fração $\frac{1}{10}$.

Então $10 \times \frac{1}{10} = 1$

b)

- o retângulo grande está dividido em 100 quadrinhos.
- A fração $\frac{1}{100}$ pode indicar a parte do retângulo grande que é representada por um quadrinho.

Então $100 \times \frac{1}{100} = 1$

c)

- A fração que indica a parte do inteiro representada pela tira sombreada é $\frac{1}{10}$;
- A fração que indica a parte do inteiro representada por um quadrinho é $\frac{1}{100}$;
- Cada quadrinho é a décima parte da tira sombreada.

Podemos então escrever que $\frac{1}{100}$ é a *décima* parte de $\frac{1}{10}$.

Atividade 2

(I)

	U.M.	C.	D.	U.	décimos
:10 ↓	1	0	0	0	
:10 ↓	0	1	0	0	
:10 ↓	0	0	1	0	
:10 ↓	0	0	0	1	
:10 ↓	0	0	0	0	1

(II)

a) O algarismo 1 foi sempre ocupando uma coluna à direita daquela ocupada na linha anterior. As demais colunas foram ocupadas por zeros.

b) 00001

c) Cada ordem representa um valor que é a décima parte do valor representado na ordem anterior. Assim, essa nova ordem representa um valor que corresponde à *décima parte* de 1 unidade, então deve ser chamada “ordem dos décimos”.

d) Resposta no texto.

Atividade 3

a), b), c) respostas pessoais.

Atividade 4

Resposta pessoal.

Atividade 5

Resposta pessoal.

Resposta do Indo à sala de aula ...”O dinheiro do País Encantado”

1ª etapa:

São necessárias	Para formar
10 notas de 10 Nics	100 Nics
10 notas de 1 Nic	10 Nics
10 moedas de 1 Decinic	1 Nic
10 moedas de 1 Centinic	1 Decinic
10 moedas de 1 Milinic	1 Centinic

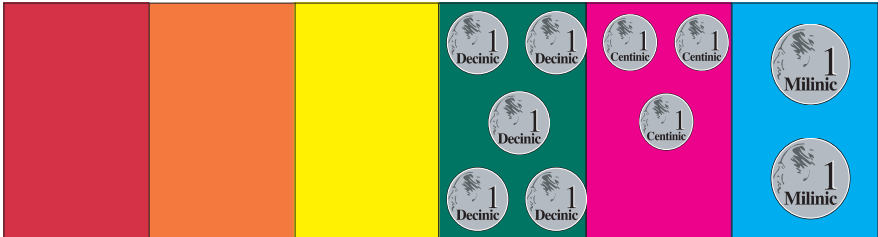
2ª etapa

Ana registrou a quantia que economizou:

Centenas de Nics	Dezenas de Nics	Unidades de Nics	Decinics	Centinics	Milinics
		2	2	5	

N\$ 2,25

A quantia que Lu guardou na caixa foi:



Lu registrou no caderno:

Centenas de Nics	Dezenas de Nics	Unidades de Nics	Decinics	Centinics	Milinics
		0	5	3	2

N\$ 0,532

3ª etapa

Total de notas e moedas	Representação decimal dessa quantia
12 Nics e 32 Centinics	12,32
46 Nics e 25 Milinics	46,025
143 Nics e 4 Decinics	143,4
241 Milinics	0,241
18 Centinics	0,18

Atividade 6

a) e b) respostas pessoais.

Resposta de Indo à sala de aula ... “Vamos colorir?”

2ª etapa:

0,50; 0,10; 0,09; 0,18; 0,13

Atividade 7

a) Respostas possíveis:

Vermelha - 50% ou $\frac{50}{100}$ ou 0,50;

Amarela - 10% ou $\frac{10}{100}$ ou 0,10;

Azul - 9% ou $\frac{9}{100}$ ou 0,09;

Verde - 18% ou $\frac{18}{100}$ ou 0,18.

b) Resposta pessoal.

c₁)

1) escola A: $\frac{2}{10}$ ou 0,2; escola B: $\frac{1}{10}$ ou 0,1; escola C: $\frac{3}{10}$ ou 0,3;
escola D: $\frac{1}{10}$ ou 0,1.

2) $\frac{6}{10}$ ou 0,6

3) $\frac{3}{10}$ ou 0,3

c₂)

Administração: $\frac{2}{100}$ ou 0,02

Moradia: $\frac{35}{100}$ ou 0,35

Circulação: $\frac{31}{100}$ ou 0,31

Segurança: $\frac{16}{100}$ ou 0,16

Lazer: $\frac{16}{100}$ ou 0,16

Moradia e lazer juntas: $\frac{51}{100}$ ou 0,51

d)

Como se escreve	Como se lê
2,65	2 inteiros e 65 centésimos
1,2	1 inteiro e 2 décimos
0,32	32 centésimos
0,007	7 milésimos
5,4	5 inteiros e 4 décimos
6,003	6 inteiros e 3 milésimos

e) Resposta pessoal.

Atividade 8

1ª etapa

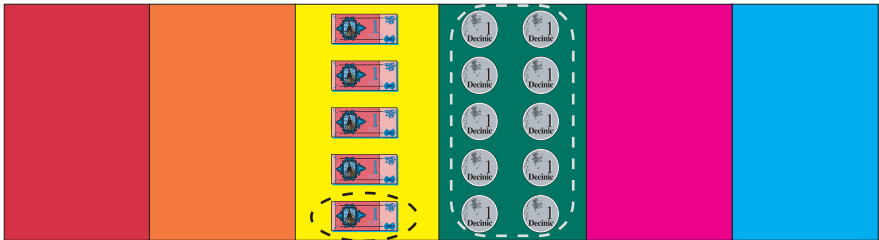
Respostas no texto.

2ª etapa

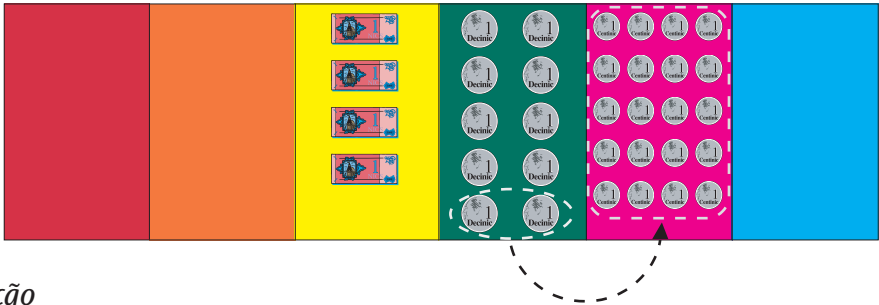
1ª situação

Jota reparte 5 Nics igualmente entre 4 amigos.

1ª repartição e 1ª troca:



2ª repartição e 2ª troca:

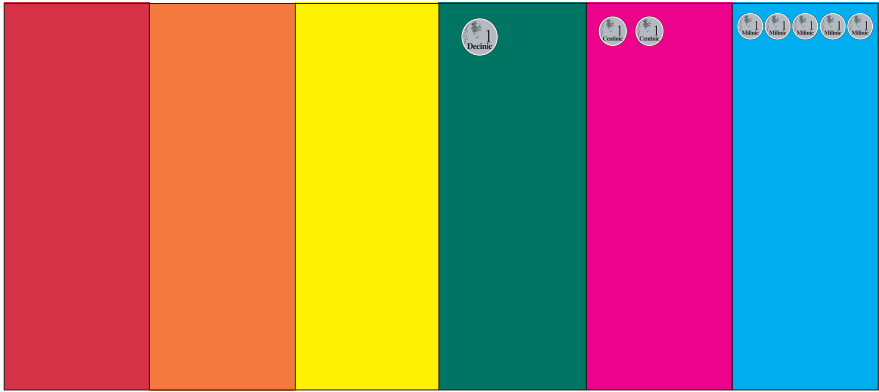


3ª repartição



2ª situação

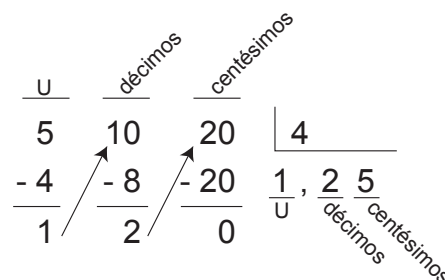
$\frac{1}{8}$ pode estar representando a situação: “repartir igualmente 1 Nic entre 8 amigos”.



- 1ª ação:** 1 Nic deverá ser trocado por 10 Decinics; pode-se dar 1 Decinic para cada amigo e sobram 2 Decinics;
- 2ª ação:** cada um dos 2 Decinics deverá ser trocado por 10 Centinics – teremos 20 Centinics, que serão repartidos entre os 8 amigos, cabendo 2 Centinics para cada um. Sobram 4 Centinics.
- 3ª ação:** cada um dos 4 Centinics será trocado por 10 Milinics – teremos 40 Milinics, que serão repartidos entre os 8 amigos, cabendo 5 Milinics para cada um, sem sobrar resto.

Assim a representação decimal de $1 : 8$ é 0,125, como está representado no ábaco.

Atividade 9



Atividade 10

- a) Nada
- b) Resposta no texto.
- c) Resposta pessoal. Na unidades anteriores, já foram dados exemplos de razões.

Atividade 11

- a)
- 20% : de cada 100 pessoas, 20 escolheram o candidato A;
- 10% : de cada 100 pessoas, 10 escolheram o candidato B;
- 50% : de cada 100 pessoas, 50 escolheram o candidato C.

b)

Candidato	Total de votos (em %)	Total de votos entre os 1200 consultados
A	20%	$0,20 \times 1200 = 240$
B	10%	$0,10 \times 1200 = 120$
C	50%	$0,50 \times 1200 = 600$
nenhum deles	20%	$0,20 \times 1200 = 240$

Atividade 12

dimensões totais do apartamento: 7m por 5m

dimensões da sala: 2m por 5m

dimensões do quarto: 2,5m por 2,5m

dimensões de banheiro e lavabo: 2,5m por 2,5m

dimensões da área de serviço: 2,5m por 2m

dimensões da cozinha: 2,5m por 2m

dimensões do corredor: 5m por 0,5m

Atividade 13

- a) Axa e Mino; Caco e Zeno;
- b) O amigo que economizou menos foi Beca e os que economizaram mais foram Caco e Zeno (economizaram quantias iguais).
- c) Existem infinitas respostas possíveis. Entre elas, poderíamos citar: 1,51; 1,56; 1,60; 1,82; 2,120; 2,149 etc.
- OBS: A questão foi planejada de modo a mostrar aos alunos que uma situação-problema pode admitir mais de uma resposta. É muito importante que, além das costumeiras situações que admitem uma única resposta, os alunos se defrontem também com situações que:
- admitem mais de uma resposta, como nesse caso;
 - não admitem resposta.
- Muitas vezes, a realidade nos apresenta situações como estas duas últimas, o que leva muitas pessoas à perplexidade, pois nunca se defrontaram com tais situações, na escola.
- d) Resposta pessoal.

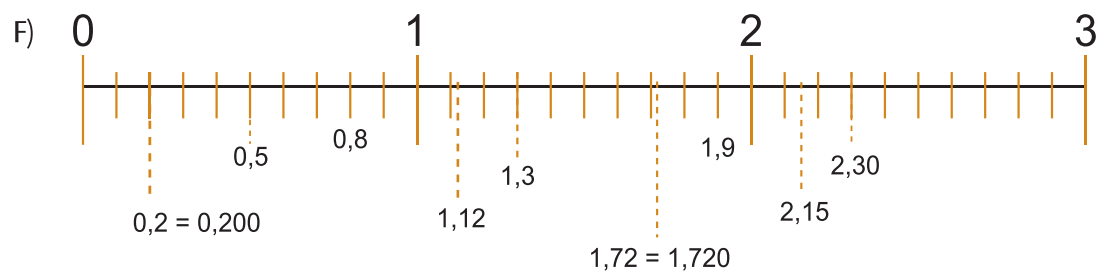
Atividade 14

1ª parte

- A) Construção indicada.
- B) 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9.
- C) 1,3; 1,5.
- D) no 8º traço colorido entre o 2 e o 3; no 1º traço colorido entre o 2 e o 3.

E)

Unidades	Décimos	Centésimos	Milésimos
1 ,	3		
0 ,	5		
0 ,	2		
2 ,	1	5	
2 ,	3		
1 ,	1	2	
0 ,	8		
1 ,	9		
1 ,	7	2	
1 ,	7	2	0
0 ,	2	0	0



2ª parte

a), b) e c) Respostas pessoais

Lição de casa

Resposta pessoal.

Oficinas de Formação

6
GESTAR
PD
COMPROMISSO COM A QUALIDADE NO ENSINO

Professor, no programa GESTAR você iniciou um estudo sobre o ensino de Matemática com os números naturais nos TP2 e TP3. Ao passar por uma reflexão sobre medidas no TP4, pode notar que os números naturais não são suficientes para resolver todas as questões de medida.

Agora, você vai refletir sobre o ensino de um novo tipo de número, com o qual convive diariamente, e que foi criado para que se possa expressar a medida de uma grandeza ou o resultado da comparação entre grandezas. Nesta oficina, você dispõe de algum tempo para fazer esta reflexão.

Reúna-se com outros dois colegas para desenvolver esta atividade.

Atividade 1 (em grupos)

Professor, leia com seu grupo parte da matéria que foi publicada no jornal Folha de S. Paulo em 16/6/01, reproduzida a seguir.

Nortel perde US\$ 19,2 bi e demite mais 10 mil

DA REDAÇÃO

Não foi só o recorde de capacidade ociosa na indústria dos EUA que causou apreensão em Wall Street ontem. A empresa canadense de telecomunicações Nortel divulgou que deve sofrer no segundo trimestre prejuízo de US\$ 19,2 bilhões, um recorde para qualquer companhia.

Devido aos maus resultados, a Nortel disse que deverá pôr na rua 10 mil funcionários. Confirmado esse número, as demissões chegariam a 30 mil neste ano – ou o equivalente a um terço da mão-de-obra da empresa. Em abril, a canadense já demitira 20 mil. [...]

A notícia derrubou as ações do grupo em 13% em Wall Street. Na Bolsa de Toronto, as ações caíram 15% e foram cotadas a 13,76 dólares canadenses, seu nível mais baixo nos últimos dois anos.

a) Destaquem, nas linhas seguintes, os números que encontraram nesta notícia.

b) Escrevam, nas linhas seguintes, todos esses números só usando algarismos (vírgulas e/ou traço de fração, se for o caso). Um deles já foi registrado.

19,2 bilhões = 19.200.000.000

c) Registrem, em cada linha, sua opinião sobre a que se refere cada número que aparece no texto e que foi selecionado na seguinte lista:

19,2 bilhões _____

30 mil _____

13% _____

13,76 _____

um terço _____

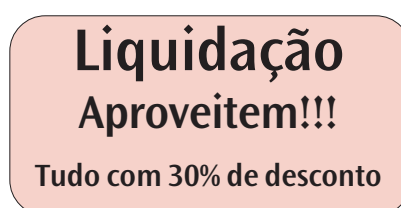
d) Quais dos números acima vocês consideram números naturais? Por quê?

- e) Como sabemos, os alunos mantêm contato com números racionais, mesmo antes de entrar na escola, e os usam socialmente.

Elaborem um texto que possa ser apresentado a alunos do 3º ano (por volta de 8/9 anos de idade) de escolaridade, com o objetivo de diagnosticar que nível de familiaridade eles apresentam com números racionais em situações da vida real (números com vírgula, símbolo de porcentagem, expressões de medidas, palavras do dia-a-dia referentes a frações ou a números decimais etc.).

Por exemplo:

No quadro exposto numa vitrine você observa:



Sabe como se lê o número que aparece na vitrine?

Conhece o símbolo %? Sabe o que ele significa?

Agora é com vocês.

Escrevam seu texto no quadro abaixo, e elaborem algumas perguntas que permitam diagnosticar o que o aluno conhece sobre números racionais, nas suas várias representações.

b) Leve em consideração a seguinte afirmação:

Todos os números naturais e todos os fracionários
são números que podem ser escritos na forma
fracionária.

Identifique, na lista seguinte, os números naturais com (n) e os
fracionários com (f). Observe que todos eles foram escritos na forma
fracionária.

$$() \frac{1}{4} \quad () \frac{4}{1} \quad () \frac{5}{2} \quad () \frac{20}{4}$$

$$() 4\frac{1}{3} \quad () \frac{2}{5} \quad () \frac{1}{100} \quad () \frac{4}{8}$$

c) Quais números naturais as formas fracionárias assinaladas com (n)
representam?

2ª Parte (em grupos)

Junto com seu grupo, escolha uma das idéias veiculadas pelas frações e
que foram discutidas na unidade 1 do TP6 sobre o ensino e a aprendiza-
gem do conceito de número racional. Explique o que seu grupo entende
por essa idéia.

A seguir, elabore uma situação de ensino e aprendizagem, para alunos de 4º ano de escolarização (10/11 anos), que os leve a desenvolver o aprendizado da idéia escolhida pelo seu grupo.

A situação de ensino e aprendizagem pode ser constituída por uma situação-problema, uma atividade de pesquisa, um roteiro de leitura sobre artigo de jornal, revista ou texto técnico para ser analisado pelos alunos, um jogo etc.

Descreva aqui a situação que o seu grupo elaborou.

Verifiquem se na situação que criaram foram levados em consideração:

- as habilidades que seus alunos irão desenvolver com essa atividade;
- os procedimentos que deverão ser desenvolvidos durante a atividade;
- finalmente, os recursos necessários para desenvolver a atividade com os alunos.

Se esses três pontos não foram levados em conta na atividade criada por vocês, reformulem-na incorporando esses aspectos.

A seguir, preencham o quadro com o resultado da discussão do grupo.

Na coluna “habilidade desenvolvida” vocês deverão descrever o que, em termos cognitivos, o aluno pode desenvolver, ao realizar essa atividade.

Em “idéia escolhida”, deve ser mencionada qual idéia veiculada pelas frações foi escolhida pelo grupo a fim de ser apreendida pelos alunos.

Na coluna situação didática deverá aparecer a descrição da atividade proposta pelo grupo, tendo em vista a habilidade que pretende desenvolver no aluno.

Já em recursos, o grupo deve mencionar o que é necessário providenciar para o desenvolvimento da atividade proposta.

Habilidade desenvolvida	Idéia escolhida	Situação didática elaborada	Recursos

Uma vez terminada essa parte, seu grupo poderá trocar idéias sobre o trabalho elaborado com outro grupo, tomando conhecimento do que os colegas produziram, enfim, trocando suas experiências com as deles.

Professor, na oficina anterior você refletiu e discutiu sobre várias interpretações que pode dar a uma fração. Ora ela representa um quociente entre números naturais, ora representa o resultado de comparação entre grandezas, ora representa um índice de comparação.

Ampliando um pouco mais esse estudo, você vai lidar hoje com a idéia de equivalência de frações, analisando como esse conceito pode ser trabalhado em sala de aula.

Esta oficina constará de três partes. Na primeira, um problema será proposto e, juntamente com outros colegas, você irá resolvê-lo e criar um outro, a partir dele.

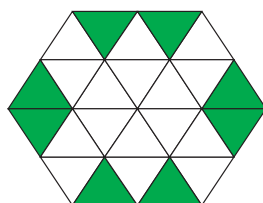
Na segunda parte, ainda com os mesmos colegas, você fará uma atividade de composição de um mosaico, a qual está fundamentada na noção de equivalência de frações.

E para finalizar, em grande grupo, vocês montarão um painel com os mosaicos construídos pelos grupos participantes.

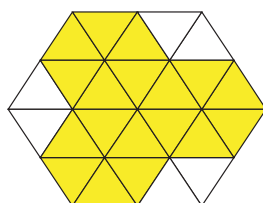
1ª Parte (em grupos)

Examine com seus colegas a situação seguinte.

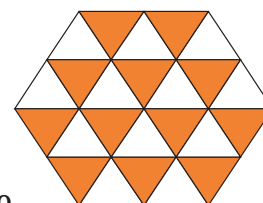
Ao pintar um mosaico cujo diagrama foi dado pela professora, quatro alunos apresentaram o seguinte trabalho.



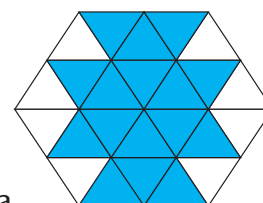
Paulo



Maria



João



Ana

1. Indique com uma fração a relação entre:

a) a parte do mosaico pintada por Paulo e a parte pintada por João:

b) a parte do mosaico pintada por João e a parte pintada por Maria:

c) a parte do mosaico pintada por Paulo e a parte pintada por Ana:

2. Responda

a) Duas das frações obtidas acima descrevem a mesma relação entre as partes do mosaico pintadas por dois colegas, isto é, são equivalentes. Quais são essas frações?

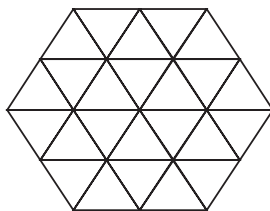
b) Que duplas são essas?

c) Explique como você pensou para responder a essa pergunta.

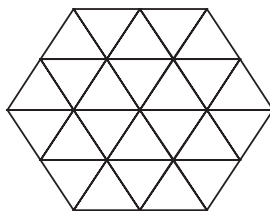
3. Volte nas respostas da questão 1.

Qual dessas frações indica que a parte pintada por um aluno é a metade da parte pintada por outro aluno da dupla mencionada? Justifique sua resposta.

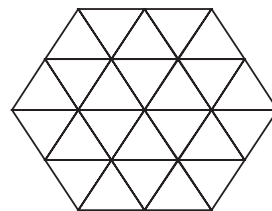
4. Agora é sua vez. Pinte a **maior parte possível** de cada mosaico A, B e C, de modo que se tenha ao mesmo tempo:
- a fração $\frac{5}{6}$ representando a relação entre as partes pintadas em A e B;
 - a fração $\frac{1}{2}$ representando a relação entre as partes pintadas em B e C.



A



B



C

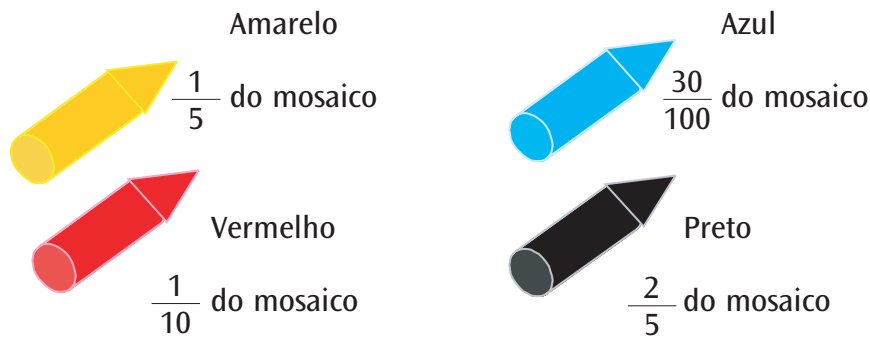
- 5) Explique como você pode verificar se acertou a questão 4.

2ª Parte (em grupos)

Cada um dos colegas do grupo escolhe uma cor para pintar um mosaico, cuja estrutura vocês encontram a seguir.

O formador providenciará o material para que vocês possam colorir o mosaico.

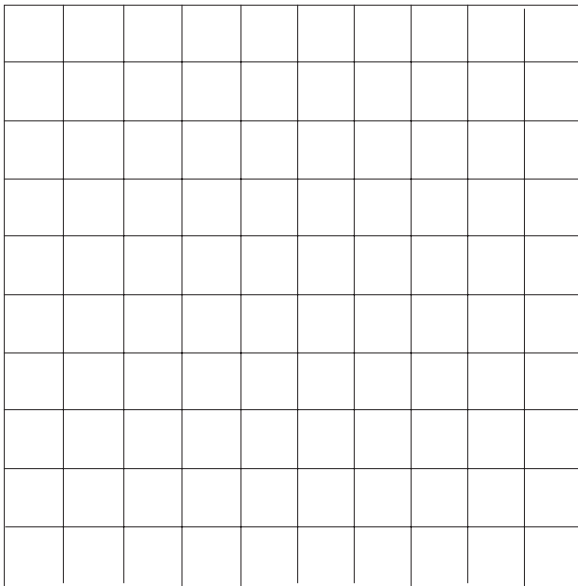
- Cada professor do grupo vai escolher e utilizar uma **única** cor, conforme as instruções abaixo:



- A seguir, é definida a ordem em que cada elemento do grupo irá colorir a sua parte.
- Antes de pintar o mosaico, faça uma previsão de que cor será mais utilizada: _____

Agora, mãos à obra!

Um lembrete: você deverá dispor, ao final da realização da atividade, do mosaico inteiro pintado pelo seu grupo. Para tanto, após colorir sua parte, reproduza as partes coloridas pelos demais colegas em seu material.



- Depois de pronto, confira se sua previsão se confirma: qual foi a cor mais utilizada?

- Reproduza o mosaico de seu grupo no papel quadriculado bem maior que o formador providenciará para o grupo e, depois de pronto, recorte-o.

3ª Parte (em grande grupo)

Monte um painel com os mosaicos de todos os grupos, na folha de papel manilha ou kraft, que o formador colocará à disposição de vocês.

Observando o painel montado, discuta com os colegas as questões:

- 1) Que fração representa o mosaico de cada grupo em relação ao painel todo?

- 2) Como vocês representariam com uma fração a parte do painel pintada de amarelo?

- 3) Compare o que você obteve na pergunta anterior com a fração que apareceu ao lado do lápis amarelo. Elas são iguais? Diferentes? Equivalentes? Por quê?

- 4) Vocês consideram que as atividades desenvolvidas nesta oficina podem ser feitas com alunos do 4º ano de escolaridade? Com que finalidade?

Número Racional: Conceito e Representação

Atividade: Sessão presencial semanal (2 h)

Unidade 3: Os números racionais em sua representação decimal

Professor, na oficina de hoje, você terá a oportunidade de refletir, em grupo, sobre o que leu na Unidade 3 do TP6. Assim, você poderá discutir, com seus colegas, tanto o conteúdo quanto as situações didáticas propostas para a sala de aula.

Esperamos que você aproveite a ocasião para esclarecer suas dúvidas, expor suas opiniões, enfim, ampliar seu conhecimento a respeito do tema.

Atividade 1 (em duplas)

Numa promoção de CD's da loja BELOSSOM, as etiquetas indicam os descontos em cada produto:

- ☒ desconto de 12%
- ☐ desconto de 15%
- ☐ desconto de 18%

- a) Lia comprou alguns CDs. Preencha a última coluna desta tabela para saber quanto ela pagará por CD, considerando o percentual de desconto mostrado nas indicações acima.

CD	Preço normal (R\$)	Preço a pagar (R\$)
☐	20	
☐	32	
☒	25	

- b) Explique como você encontrou o preço a ser pago pelo primeiro CD.

- c) Ao atender Lia, o balconista usou a sua calculadora e fez as seguintes multiplicações para calcular o preço que Lia vai pagar por CD:

$$0,88 \times 20$$

$$0,85 \times 32$$

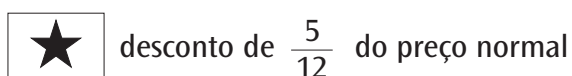
$$0,82 \times 25$$

Como você explica esse procedimento de cálculo usado pelo balconista?

- d) Compare procedimento do balconista com o seu próprio, ao responder a questão **a**.

- e) Calcule, como o balconista fez, o valor a pagar por um álbum, cujo preço original é R\$ 60,00, tendo um desconto de 20%.

Para brincar com seus fregueses e balconistas, o gerente da Belossom pôs entre outras, a seguinte etiqueta indicando desconto



- f) Utilizando os dados constantes nessa etiqueta, como você calcula a despesa de um cliente que comprou um CD que custaria originalmente 24 reais?

- g) Nesse caso, o balconista fez a seguinte multiplicação para calcular quanto Lia vai pagar pelo CD

$$\frac{7}{12} \times 24 = \frac{168}{12} = 14$$

Como você explica o procedimento utilizado pelo balconista?

Atividade 2 (em duplas)

Em uma avaliação de alunos da 4ª ano, em Matemática, havia a seguinte questão:

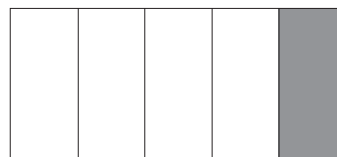
A parte pintada da figura abaixo, corresponde a

A) 10%.

B) 20%.

C) 30%.

D) 40%.



A escolha das alternativas pelos alunos estava assim distribuída:

Alternativa	Percentual de escolhas	
	Diurno	Noturno
A	67%	59%
B	15%	23%
C	10%	11%
D	8%	7%

- a) Resolva a questão dada na avaliação.

b) Dentre os aspectos descritos a seguir, assinale aqueles que você utilizou para resolver a questão.

- () A fração representa a relação parte-todo.
- () O conceito de retângulo.
- () Subtração de frações.
- () Equivalência de escritas fracionárias.
- () Equivalência de escritas fracionárias e percentuais.
- () Fração representando o quociente de dois números naturais.

c) Que hipótese você poderia criar para explicar o alto índice de erros da alternativa incorreta A?

d) Imagine que você trabalha com os alunos do 4º ano avaliado. Planeje uma situação didática a ser desenvolvida com esses alunos, especificando as habilidades e os conteúdos a serem trabalhados e também os recursos didáticos que podem servir de apoio para que eles superem a dificuldade detectada nessa avaliação.

Lembrete

Situação didática é uma situação de ensino e aprendizagem na qual o aluno pode desenvolver habilidades nos domínios cognitivo, afetivo e psicomotor, bem como atitudes.

Nos cadernos de Teoria e Prática anteriores, você teve a oportunidade de analisar inúmeras situações didáticas em que foram levados em conta, entre outros, aspectos como:

- habilidades a serem desenvolvidas com a realização da atividade proposta,
- conteúdos que servirão de ferramentas para desenvolver tais habilidades,
- conhecimentos prévios dos alunos a respeito do assunto veiculado pela atividade,
- tratamento integrado de conceitos matemáticos de vários campos da Matemática,
- a relevância da situação do ponto de vista socio-cultural e matemático,
- envolvimento e participação do aluno no desenvolvimento da atividade proposta.

Atividade 3 (em duplas)

Uma das utilidades do uso de **escalas** é facilitar o trabalho de ampliação ou redução de figuras.

Resolva, então a situação a seguir:

a) Analise a figura do Anexo 1.

No quadriculado disponível, e a partir da figura dada, você deverá desenhar duas outras, nas seguintes condições:

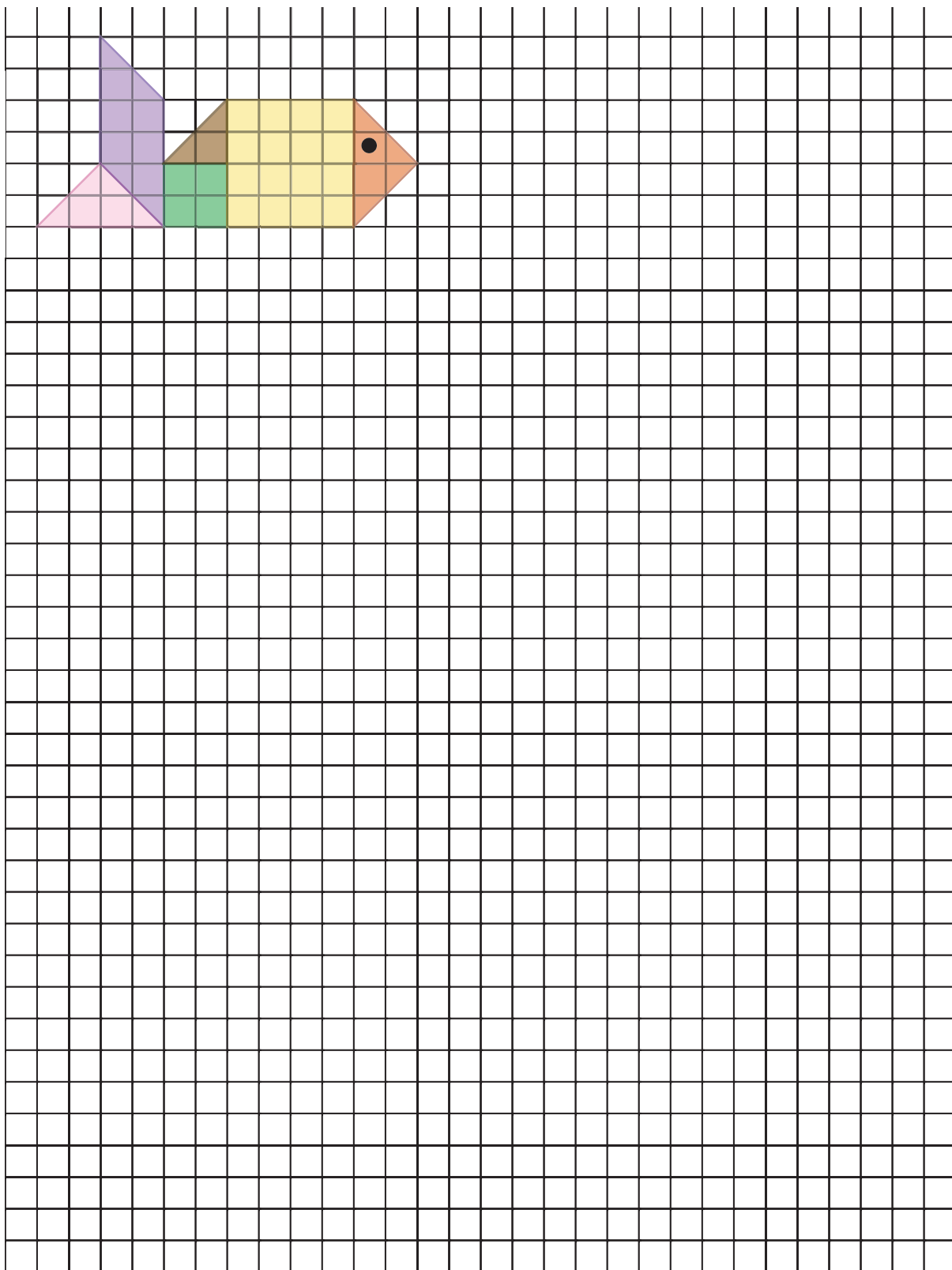
- A 1ª deve ser uma **ampliação** da figura, **na escala 2 para 4**;
- A 2ª deve ser uma **redução** da figura, **na escala 2 para 1**.

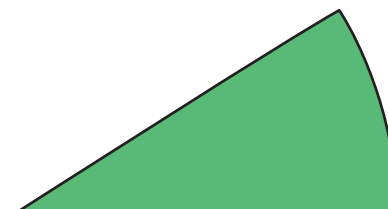
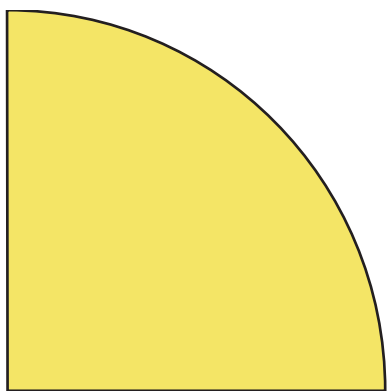
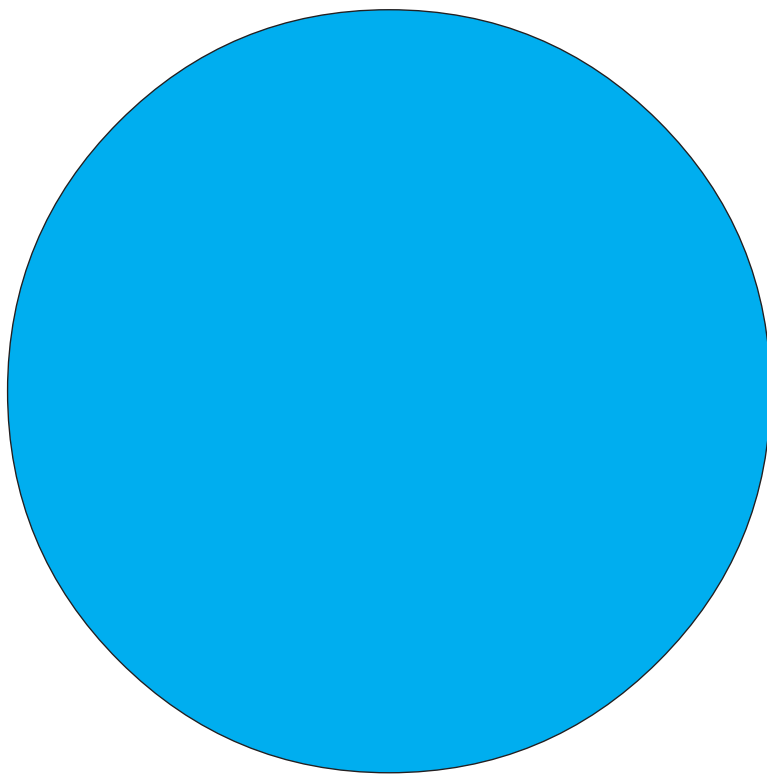
b) Explique, no caso, o que você entende por “escala 2 para 4”.

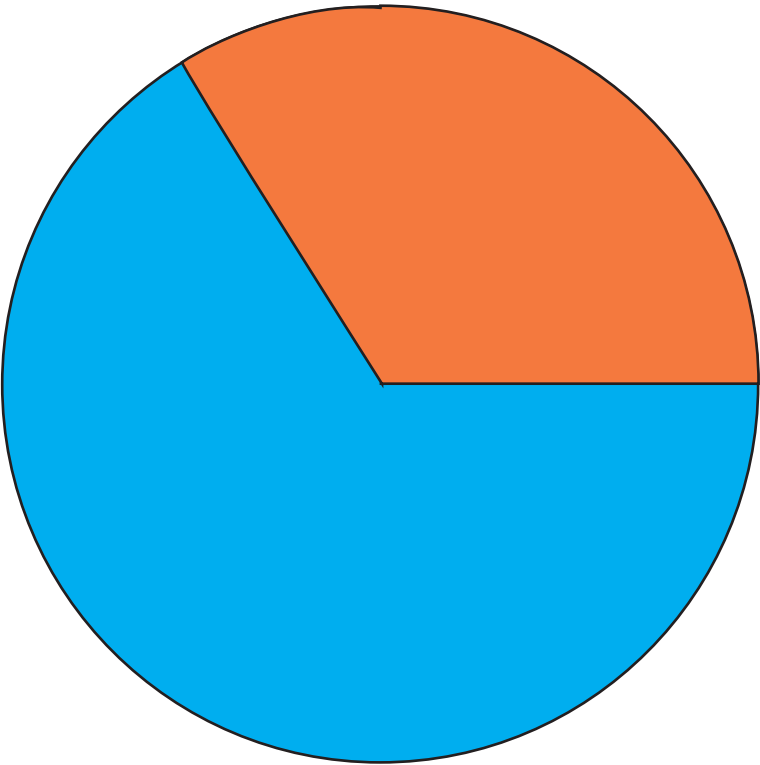
c) Explique agora, o que você entende por “escala 2 para 1”.

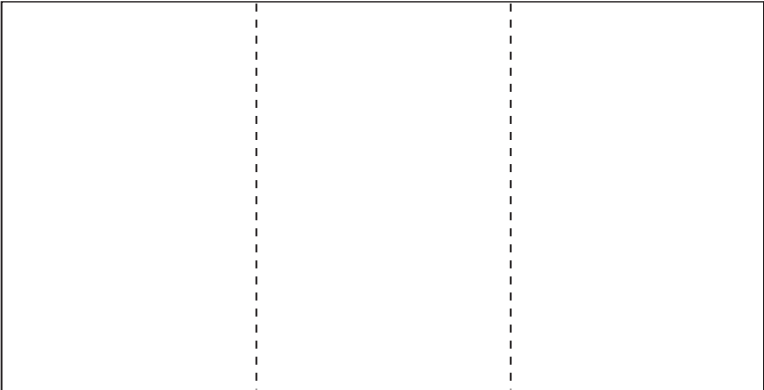
Atividade 4 (em dupla)

Compare seu trabalho com o de seu companheiro de dupla e planejem uma situação semelhante para aplicar em suas classes.

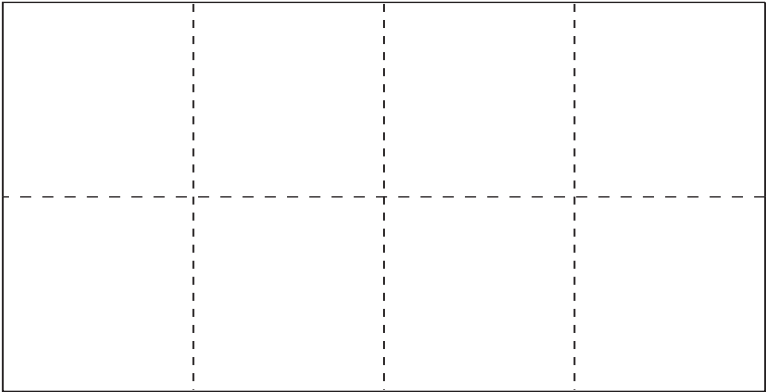




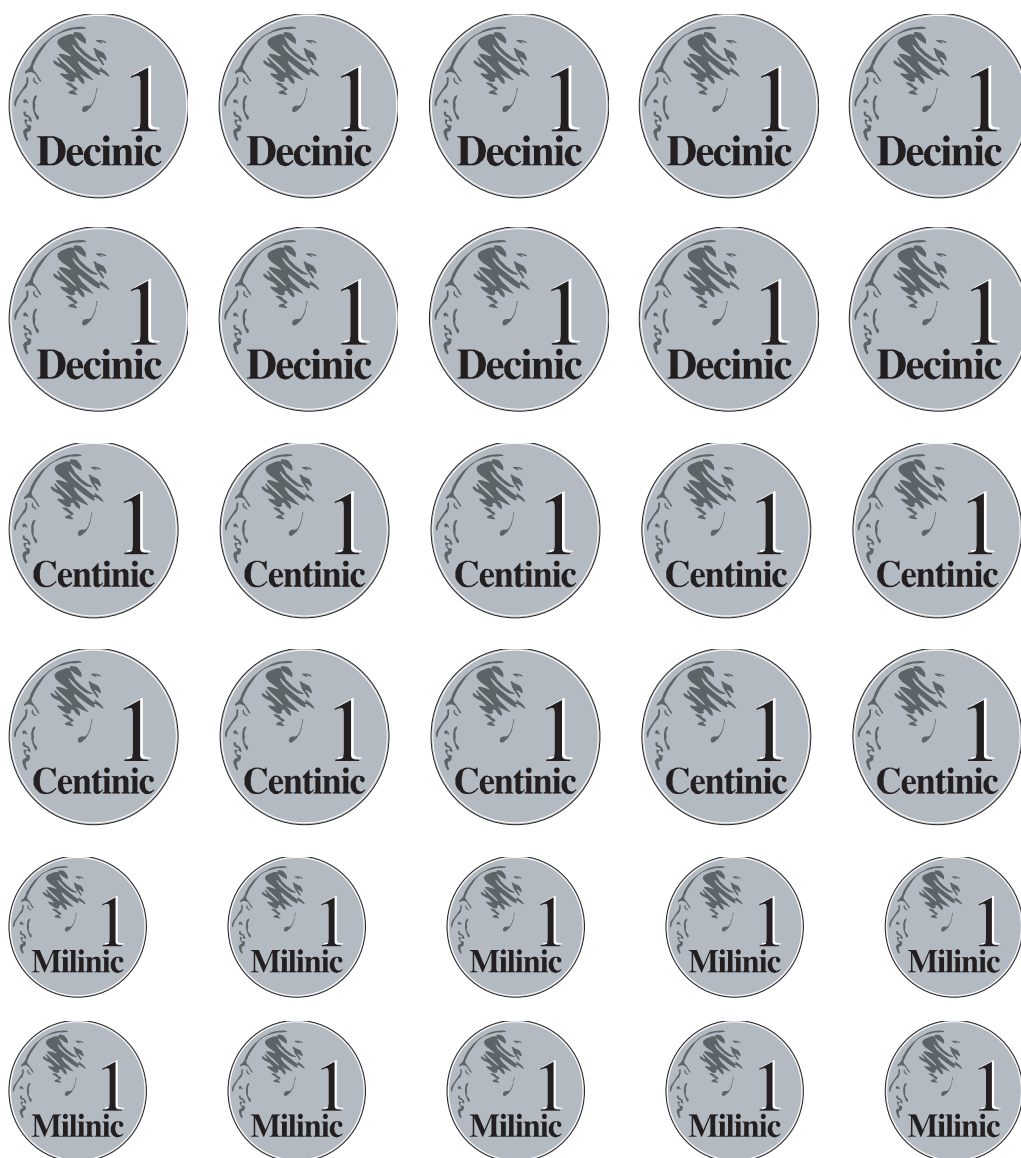
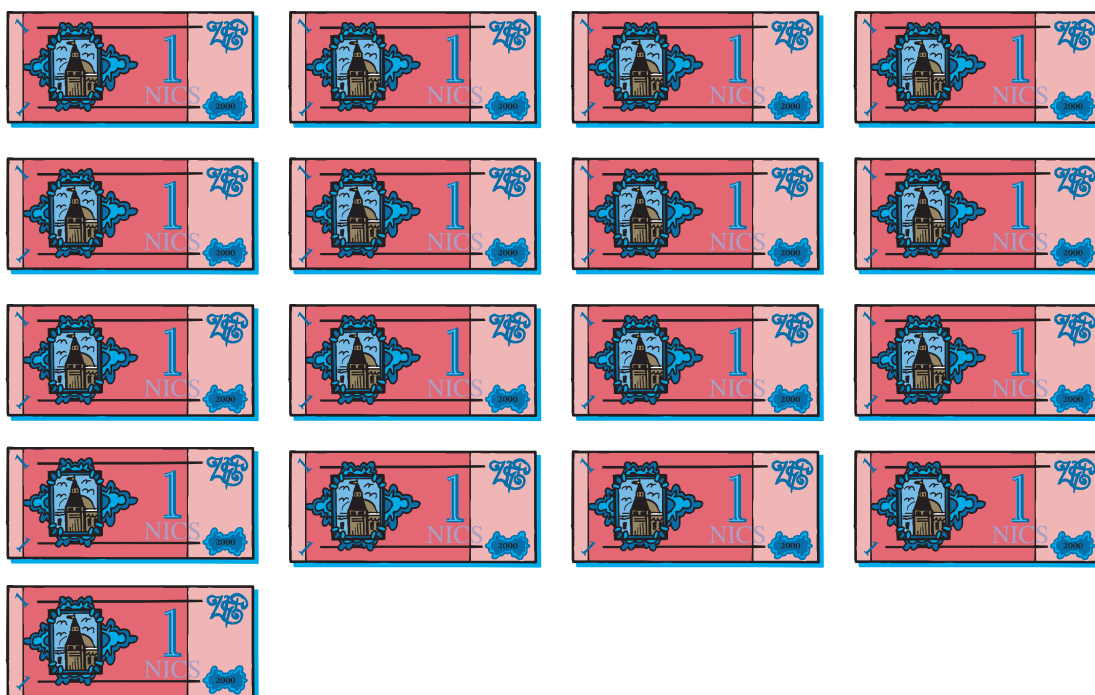


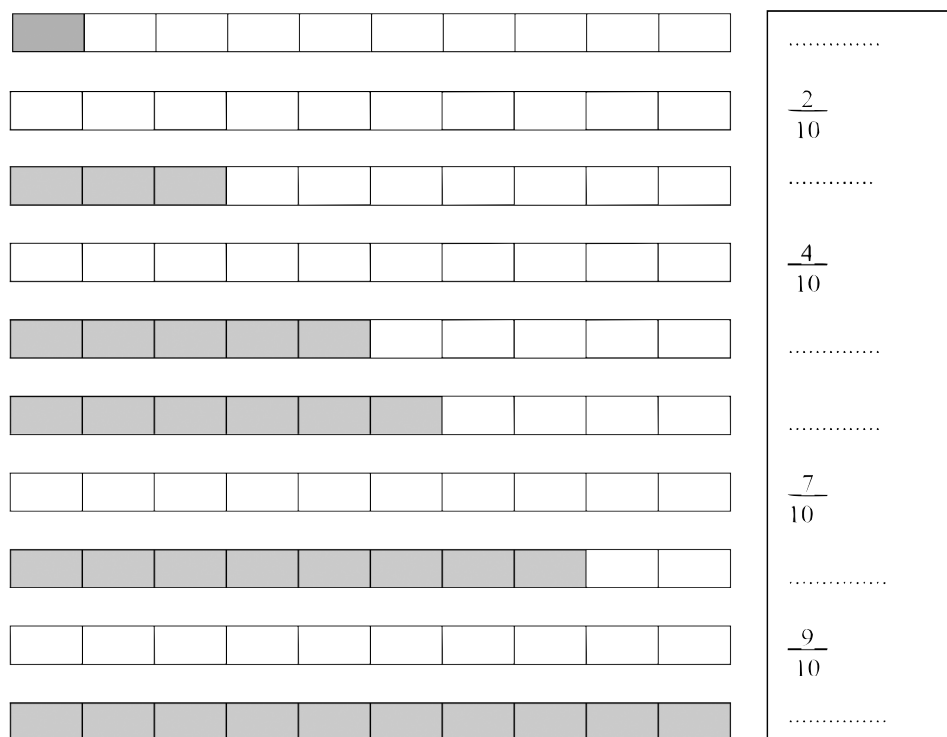


(1)



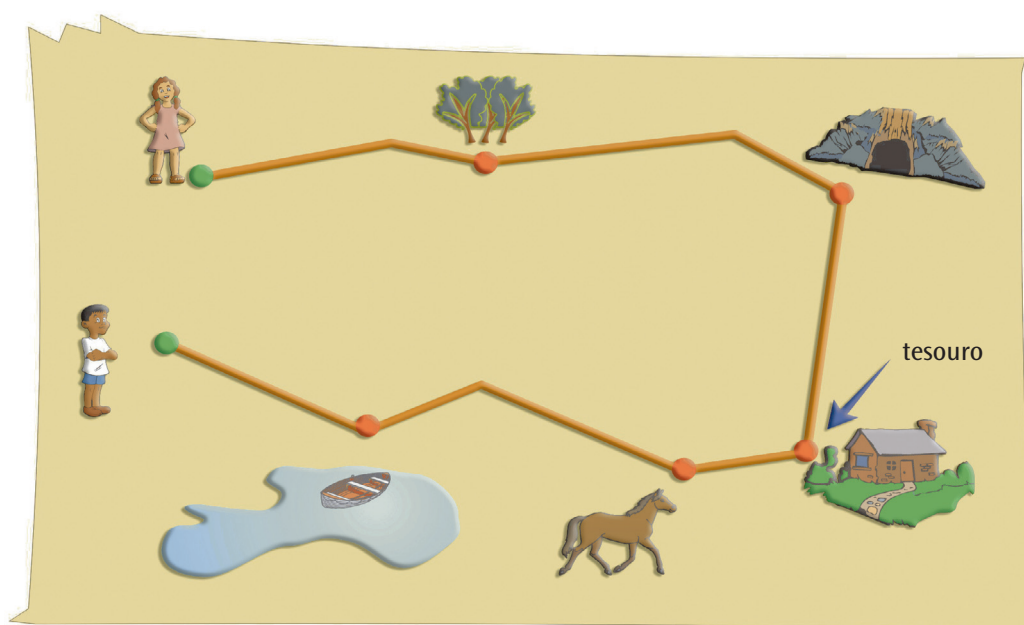
(2)

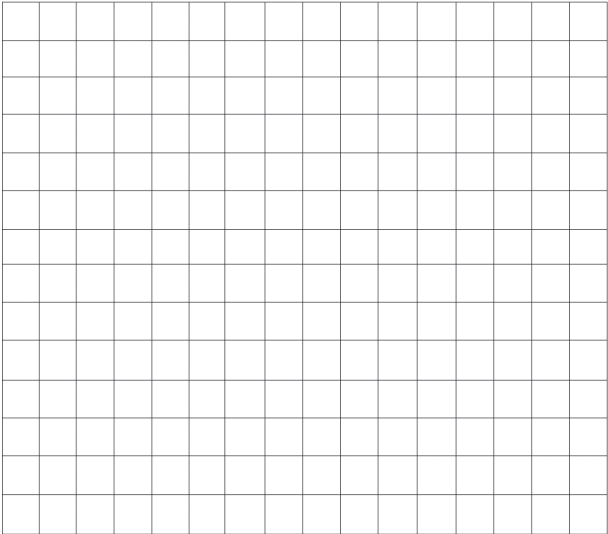
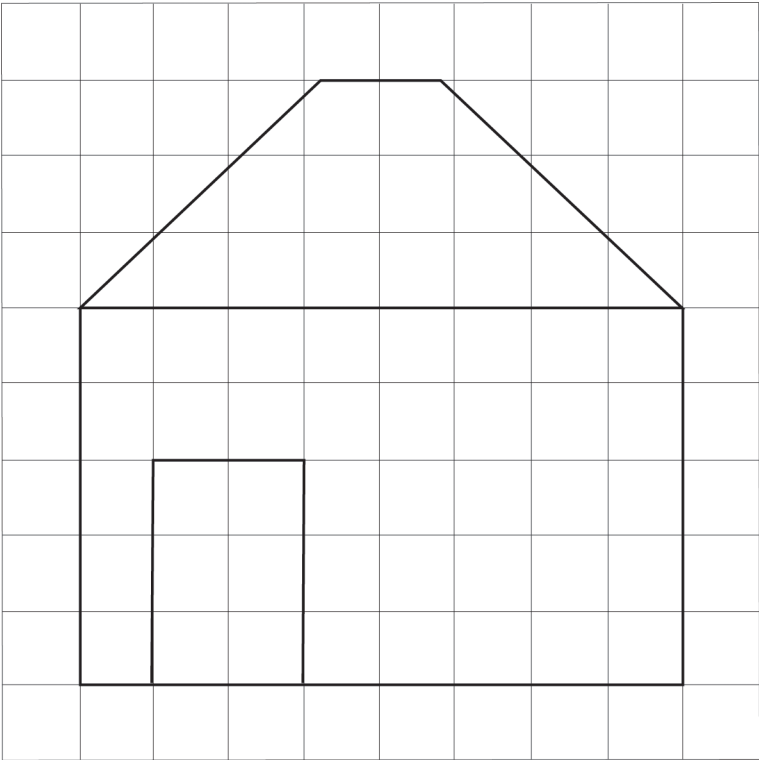


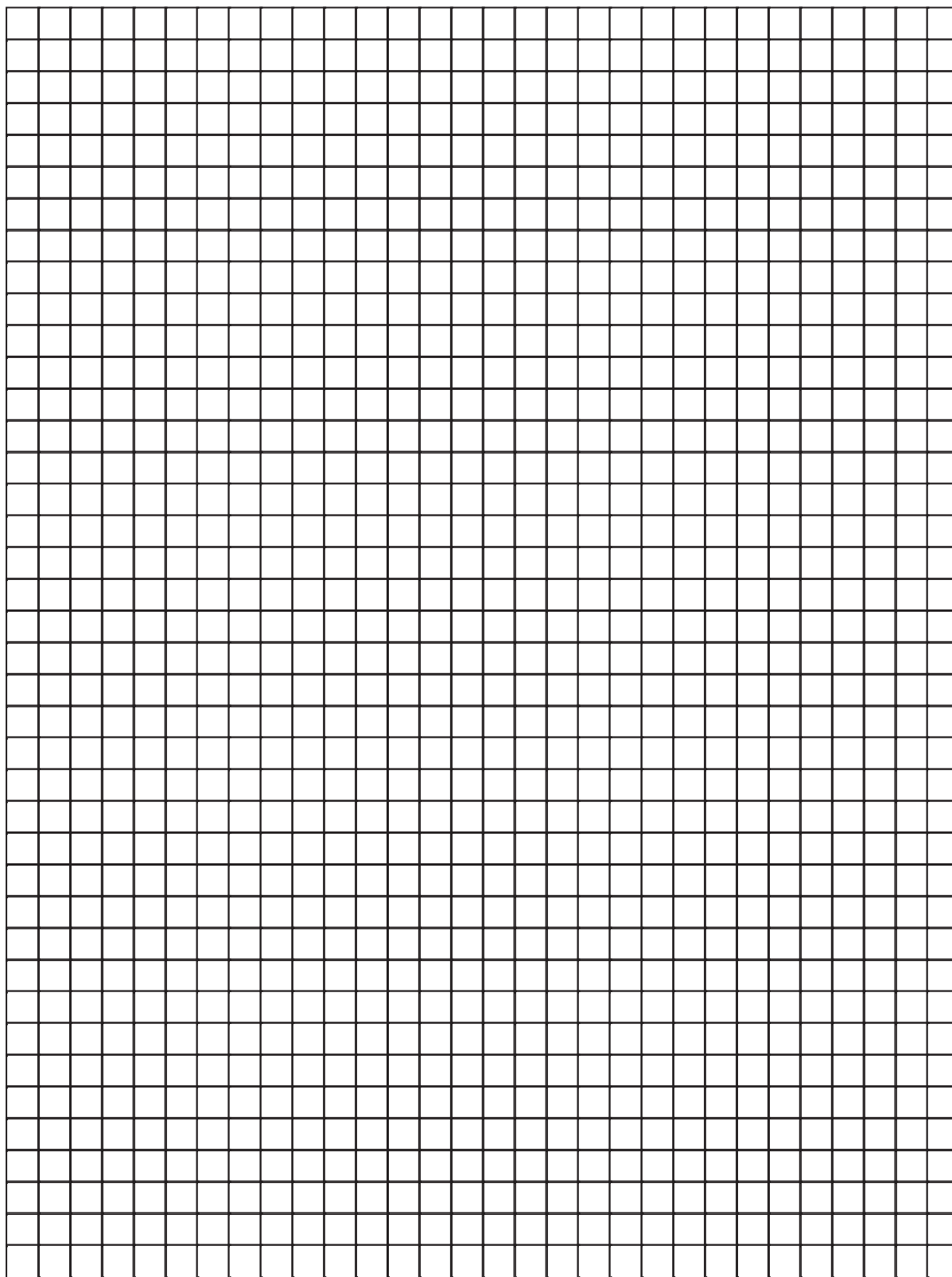


 _____  _____  _____  _____

Parte do quadriculado sem colorido







PROGRAMA GESTÃO DA APRENDIZAGEM ESCOLAR

GESTAR I

DIPRO / FNDE / MEC

CONSULTORES DAS ÁREAS TEMÁTICAS

Língua Portuguesa

Maria Antonieta Antunes Cunha

Doutora em Letras - Língua Portuguesa
Universidade Federal de Minas Gerais/UFMG

Professora Adjunta Aposentada - Língua Portuguesa - Faculdade de Letras
Universidade Federal de Minas Gerais/UFMG

Matemática

Cristiano Alberto Muniz

Doutor em Ciência da Educação
Universidade Paris XIII

Professor Adjunto - Educação Matemática - Faculdade de Educação
Universidade de Brasília/UnB

Nilza Eigenheer Bertoni

Mestre em Matemática
Universidade de Brasília/UnB

Professora Assistente Aposentada - Departamento de Matemática
Universidade de Brasília/UnB

PROGRAMA GESTÃO DA APRENDIZAGEM ESCOLAR

GESTAR I

DIPRO / FNDE / MEC

Diretora de Assistência a Programas Especiais - DIPRO

Ivone Maria Elias Moreyra

Chefe da Divisão de Formulação e Implementação - DIFIM

Débora Moraes Correia

EQUIPE EDITORIAL

Assessoria Pedagógica

Maria Umbelina Caiafa Salgado
Consultora - DIPRO/FNDE/MEC

Coordenação Geral

Suzete Scramim Rigo - IQE

Coordenação Pedagógica

Regina Maria F. Elero Ivamoto - IQE

Elaboração

Marília Barros Almeida Toledo - Matemática - IQE

Suzana Laino Cândido - Matemática - IQE

Maria Valéria Aderson de Mello Vargas - Língua Portuguesa - IQE

Kahori Miyasato - Língua Portuguesa - IQE

Equipe de Apoio Técnico

Marcelina da Graça S. Peixoto - IQE

Maria Christina Salerno dos Santos - IQE

Produção Editorial

Instituto Qualidade no Ensino - IQE