

CONSIDERAÇÕES SOBRE A MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Marcelo Câmara dos Santos¹
Paulo Figueiredo Lima²

Atualmente, a sociedade, em especial, os educadores, defendem com muito empenho uma **educação com qualidade social**³ como um direito fundamental de todo cidadão, a ser assegurado pelo Estado. Além disso, identifica-se a qualidade social da educação pelas suas características de **relevância, pertinência e equidade**.

O objetivo deste texto⁴ é esboçar o sentido que assumem esses três requisitos no campo da formação matemática no Ensino Fundamental.⁵

Relevância: diz respeito aos elementos que compõem uma formação matemática que contribua para a plena inclusão de todos na vida social, em suas múltiplas dimensões. **Pertinência:** refere-se à compreensão da complexidade e da diversidade dos fenômenos educacionais para a conquista de uma efetiva formação matemática. **Equidade:** trata do que é preciso fazer para, respeitadas as diferenças humanas e as especificidades dos contextos, oferecer a todos oportunidades iguais para usufruir o saber matemático, como um dos mais importantes bens culturalmente construídos pelo homem.

É claro que, nos limites deste trabalho, não se poderá dar conta da extensão e da complexidade das questões delineadas acima. O que se tenta é trazer alguns pontos para a reflexão dos professores que ensinam Matemática, com a expectativa de que sejam aprofundados por meio de outros estudos e, acima de tudo, venham a ser confrontados com a sua prática.

MATEMÁTICA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A matemática no mundo de hoje

As atividades que envolvem a matemática estão presentes desde as ações mais simples do dia a dia às mais complexas realizações no campo da ciência e da tecnologia. Nossa sociedade é permeada por tecnologias de base científica e intenso fluxo de informações de vários tipos. As mudanças no mundo do trabalho têm sido rápidas e profundas e requerem capacidade de adaptação a novos processos de produção e de comunicação. Nesse contexto,

¹Professor do Colégio de Aplicação e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (Edumatec), da Universidade Federal de Pernambuco.

²Professor do Departamento de Matemática e do Edumatec, da Universidade Federal de Pernambuco.

³BRASIL. MEC/CNE. *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental*, 2010.

⁴O trabalho de edição do texto é de Elvira Nadai.

⁵O presente texto guarda estreita relação com o documento denominado Base Curricular Comum para o Estado de Pernambuco, Seduc-PE e Undime-PE, 2008, cuja parte relativa à Matemática teve os autores do presente trabalho como responsáveis.

o cidadão, se vê, cada vez mais, chamado a resolver problemas para os quais aptidões matemáticas podem trazer uma valiosa contribuição.

Assim, é inegável que a matemática é relevante na vida cotidiana, na ciência, na tecnologia e indispensável ao homem em relação à sua participação na cultura contemporânea e no exercício da cidadania.

O conhecimento matemático

Em todas as épocas, as atividades matemáticas estiveram, entre as formas de interação do homem com o mundo físico, social e cultural, em intensidade e diversidade crescentes, relacionadas com a evolução histórica. As atividades matemáticas, movidas pela necessidade do homem de organizar e ampliar seu conhecimento e pela sua capacidade de intervenção sobre os fenômenos que o cercam, geraram, ao longo da evolução histórica, um corpo de saber — a Matemática, que é um campo científico extenso e diversificado. E, contrariamente ao que pensam muitos, é um campo em permanente evolução nos dias atuais e não um repertório de conhecimentos antigos e imutáveis.

Considerando o que é afirmado acima, a Matemática pode ser vista como uma fonte de modelos para os fenômenos nas mais diversas áreas. Tais modelos são construções abstratas que se constituem instrumentos para a compreensão desses fenômenos. Modelos matemáticos incluem conceitos, relações entre conceitos, procedimentos e representações simbólicas que, em um processo contínuo, passam de instrumentos na resolução de uma classe de problemas a objetos próprios de conhecimento.

Na verdade, há um caminho de mão dupla que, em um sentido, conduz os problemas dos outros campos da atividade humana para os modelos matemáticos abstratos e, no outro sentido, leva as especulações internas da matemática para as aplicações, muitas delas novas e inesperadas.

Assim, aprofundar o conhecimento sobre os modelos matemáticos fortalece a contribuição da Matemática para outras áreas do saber. No sentido oposto, buscar questões, cada vez mais complexas, nos outros campos do conhecimento, promove o desenvolvimento de novos modelos matemáticos. Essas duas ações fornecem bons alicerces para a prática da interdisciplinaridade, tão almejada nos dias atuais.

A validação do conhecimento em Matemática

Outra característica importante do conhecimento matemático está relacionada a seu método científico de validação. Os homens recorreram, nas atividades matemáticas, a diversos métodos para validar e organizar o conhecimento nesse campo do saber. Entre esses, o método axiomático-dedutivo, em especial, desde a civilização grega, predomina na Matemática e assume a primazia de ser o único método aceito, na comunidade científica, para a comprovação de um fato matemático. Os conceitos de **axioma**, **definição**, **teorema** e **demonstração** são centrais nesse método e, por extensão, passaram a ser, para muitos, a face mais visível da Matemática.

A esse respeito, no entanto, várias ressalvas se impõem. Primeiramente, o próprio conceito de rigor lógico nas demonstrações mudou, no decorrer da história, mesmo no âmbito

da comunidade matemática. Em segundo lugar, trata-se de um método de validação do fato matemático, muito mais do que um método de descoberta ou de uso do conhecimento matemático. Na construção efetiva desse conhecimento, faz-se uso permanente da imaginação, de raciocínios indutivos, plausíveis, de conjecturas, de tentativas, de verificações empíricas, enfim, recorre-se a uma variedade complexa de outros procedimentos.

Além desses aspectos, embora a validação pelo método lógico-dedutivo seja privilegiada na Matemática, as questões de ensino e aprendizagem, associadas a tal método, estão longe de terem sido resolvidas. São conhecidas as dificuldades didáticas quando se busca, gradualmente, estabelecer a diferença entre os vários procedimentos de descoberta, invenção e validação e, em particular, procura-se fazer o estudante compreender a distinção entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica, baseada na visualização de desenhos, na construção de modelos materiais ou na medição de grandezas.

Os campos de conteúdos da Matemática escolar

Na cultura escolar, nas duas últimas décadas, os conteúdos matemáticos a serem ensinados e aprendidos têm sido organizados em grandes campos. Embora se observem algumas variações, há razoável concordância entre as várias propostas de classificação desses conteúdos. Neste texto adotam-se cinco campos: **números e operações; geometria; álgebra; grandezas e medidas; estatística, probabilidades, combinatória.**

Esses agrupamentos têm tido um efeito positivo ao facilitarem o trabalho pedagógico. Entretanto, é indispensável que tais campos não sejam vistos como blocos estanques e autossuficientes. Além disso, é preciso considerar que a aprendizagem é mais eficiente quando os conhecimentos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar. Ao mesmo tempo, é fundamental reconhecer que a elaboração desses conhecimentos não ocorre de maneira espontânea, mas como consequência da mobilização de recursos metodológicos adequados, tema que será abordado mais adiante.

Matemática e linguagem

Outro aspecto importante da Matemática é a diversidade de formas simbólicas presentes em seu corpo de conhecimento: língua natural, linguagem simbólica, desenhos, gráficos, tabelas, diagramas, ícones, entre outros, que desempenham papel central, não só para representar os conceitos, relações e procedimentos, mas na própria formação desses conteúdos. Por exemplo, um mesmo número racional pode ser representado por símbolos, tais como $\frac{1}{4}$, **0,25**, **25%**, ou pela área de uma região plana ou, ainda, pela expressão “um quarto”. Uma função pode ser representada, entre outras possibilidades, por uma tabela, por um gráfico cartesiano ou por símbolos matemáticos.

Saber e saber fazer

As aptidões matemáticas são uma mescla intrincada de muitos elementos, entre os quais se destacam os conhecimentos e as habilidades.

Os conhecimentos constituem-se em um complexo conjunto de elaborações cognitivas associadas a conceitos e procedimentos, adquiridos nas diversificadas experiências da vida e também relacionadas a saberes explicitamente organizados e sistematizados pelo homem. No caso da Matemática, tais saberes sistematizados incluem conceitos, relações entre os conceitos, linguagem própria e procedimentos técnicos.

No entanto, tais conhecimentos só ganham significado em situações vivenciadas pelas pessoas. Nessas situações, elas são chamadas a mobilizar os conhecimentos e a ligá-los, de forma eficaz, às experiências práticas. Em outros termos, é necessário que todos tenham a capacidade e a oportunidade de administrar as mais diferentes situações da vida, pelo recurso a intuições, conceitos, princípios, informações, métodos, técnicas, como fruto de suas experiências pessoais.

Cada vez mais, defende-se a ideia de que é preciso **saber** e **saber fazer Matemática**. No contexto dessa discussão, mesmo que de forma simplificada, podemos associar o **saber** aos conhecimentos apreendidos pelo estudante, e o **saber fazer** à sua capacidade de mobilizar esses conhecimentos como resposta a um problema.

Habilidades matemáticas mais gerais

Indicar um conjunto de habilidades matemáticas mais gerais a serem construídas no decorrer da formação escolar é sempre uma tarefa difícil. Por isso, adverte-se que a relação que se indica a seguir deve ser encarada com cautela. Seu caráter abstrato torna indispensável que sua concretização seja fruto de um trabalho pedagógico para que essas habilidades sejam incorporadas, em cada situação, levando em conta as características do contexto educacional em questão, a maturidade cognitiva dos estudantes e seus conhecimentos prévios.

Além disso, tais habilidades não se realizam num vazio, mas apoiadas nos conhecimentos matemáticos a que estão intimamente associadas e sobre os quais serão tecidas considerações mais adiante, neste texto.

Assim, sem esquecer as interdependências entre elas, pode-se propor a seguinte relação de habilidades gerais para a formação matemática do estudante:

- interpretar matematicamente situações presentes nas diversas práticas sociais;
- estabelecer conexões entre os campos da Matemática e entre esta e as outras áreas do saber;
- raciocinar, fazer abstrações com base em situações concretas, generalizar, organizar e representar;
- comunicar-se utilizando as diversas formas de linguagem empregadas na Matemática;
- resolver problemas, criando estratégias próprias para sua resolução, que desenvolvam a iniciativa, a imaginação, a criatividade e a capacidade de avaliar as soluções obtidas;
- utilizar a argumentação matemática apoiada em vários tipos de raciocínio: dedutivo, indutivo, probabilístico, por analogia, plausível, entre outros;
- empregar as novas tecnologias de computação e informação (TIC).
- desenvolver a sensibilidade para as ligações da Matemática com as atividades estéticas nas criações culturais da humanidade;

- perceber a beleza das construções matemáticas, presente na simplicidade, na harmonia e na organicidade de suas construções;
- estabelecer conexões da Matemática com a dimensão lúdica das atividades humanas.

A CONTEXTUALIZAÇÃO NA FORMAÇÃO MATEMÁTICA

Articulação entre o novo e o já adquirido

Os conhecimentos e habilidades não correspondem a capacidades prontas, acabadas, guardadas em gavetas para serem usadas quando for preciso. Eles estão feitos e se fazem, constantemente, na experiência de cada situação, quando são mobilizados conhecimentos e habilidades já adquiridos, ao mesmo tempo em que se constroem o que ainda não se sabe e aquilo que é necessário saber.

Uma das ideias mais destacadas nas novas tendências educacionais é a de que a criança, ao chegar à escola, traz muitos conhecimentos e habilidades matemáticas adquiridos em suas experiências nos diversos meios sociais em que circula. É indispensável que a escola, em particular o professor, possa estabelecer as articulações apropriadas entre esses conhecimentos e as habilidades já adquiridos e aqueles que serão vivenciados pela criança. É o difícil diálogo entre o que provém, de um lado, do senso comum, da intuição, das informações vagas, das estratégias pessoais e, do outro, dos conhecimentos e das habilidades mais sistematizadas e universais que fazem parte do ensino escolar. Esse diálogo é particularmente desafiador quando se trata da criança nos primeiros anos da escolaridade.

Os educadores matemáticos têm defendido a ideia de que os conceitos relevantes para a formação matemática atual devem ser abordados desde o início da formação escolar. Isso vale mesmo para conceitos que podem atingir níveis elevados de complexidade, como os de **número racional, probabilidade, semelhança, simetria**, entre muitos outros. Tal ponto de vista apoia-se na concepção de que a construção de um conceito pelas pessoas processa-se no decorrer de um longo período, de estágios mais intuitivos aos mais formais. Além disso, um conceito nunca é isolado, mas se integra a um conjunto de outros por meio de relações, das mais simples às mais complexas. Dessa maneira, não se deve esperar que a aprendizagem de conceitos e procedimentos se realize de forma completa e num período curto de tempo. Por isso, ela é mais efetiva quando os conteúdos são revisitados, de forma progressiva, ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar. Convém lembrar, no entanto, que esses vários momentos devem ser sempre bem articulados, em especial, evitando-se a fragmentação ou as retomadas repetitivas.

Conexões internas à Matemática escolar

Ao longo de sua evolução, o conhecimento matemático foi sendo organizado em disciplinas e subdisciplinas, como Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística, probabilidade, entre outras. Essas divisões, paralelamente, foram repercutindo na matemática escolar. Na seção “Os campos de conteúdos da matemática escolar”, vista anteriormente, foi mencionada

uma possibilidade de organizar o conhecimento em campos de conteúdos da Matemática para o Ensino Fundamental que pode ser associado às disciplinas acima referidas.

Entretanto, nem a Matemática, nem a sua vertente escolar devem ser encaradas como uma justaposição de subdisciplinas estanques, mas como um conjunto de conhecimentos bem articulados entre si. O conceito de número e as operações numéricas, por exemplo, permeiam todas as áreas da Matemática, e a resolução de equações algébricas repousa em propriedades dos sistemas numéricos. Uma razão da inclusão das grandezas e medidas como um campo específico entre os que compõem a Matemática escolar reside na riqueza de suas conexões com outros campos da Matemática. Por exemplo, a origem dos números decimais e das frações é inseparável do problema da medida de grandezas.

Outra articulação desejada é a que se deve estabelecer entre os vários significados de um mesmo conceito no interior da própria Matemática escolar. Por exemplo, a operação de adição está associada às ideias de juntar, comparar e acrescentar. Além disso, também é importante buscar conexões entre as diversas representações de um mesmo conteúdo. É o caso das figuras geométricas, que podem ser associadas a objetos do mundo físico, a desenhos ou a entes abstratos definidos com base em princípios lógicos.

Ligações entre a Matemática e outras disciplinas: a interdisciplinaridade

Em anos recentes, têm se multiplicado as análises sobre a maneira como as disciplinas escolares estão organizadas e o papel que desempenham no ensino e na aprendizagem, com destaque para a necessária incorporação da perspectiva da interdisciplinaridade. Nesse debate, critica-se a fragmentação do saber ensinado nas escolas, alimentada pela organização do currículo em disciplinas justapostas e estanques, que competem por seu espaço e seus objetivos particulares, distanciando-se do diálogo com outras disciplinas.

A prática da interdisciplinaridade ainda é rara. Para ser efetivamente praticada e ampliada, ela requer transformações amplas, que se estendam a todo o sistema educacional: os currículos, as modalidades de avaliação, a organização do tempo e dos espaços na escola, o livro didático, entre outros. Essa prática exige, em especial, mudanças nas formações inicial e continuada dos educadores, que exercem inegável papel na moldagem de suas concepções.

Convém observar, no entanto, que interdisciplinaridade não deve implicar uma diminuição da importância das áreas específicas do conhecimento. Ao contrário, uma perspectiva interdisciplinar adequada nutre-se do aprofundamento nas várias áreas do saber. Para o diálogo interdisciplinar, é necessário que cada área específica contribua com saberes consistentes e aprofundados, que não sejam meras justaposições de conhecimentos superficiais, mas que —de fato— favoreçam conexões significativas entre esses conhecimentos.

Para tanto, é necessário um duplo movimento: em um sentido, procurar interligar vários saberes; buscar temas comuns a diferentes campos do conhecimento; tentar construir modelos para situações complexas presentes na realidade; em outro, buscar aprofundar o conhecimento disciplinar; construir modelos para um recorte específico da realidade. Encontrar a organização e o tempo pedagógicos para garantir esse conjunto de ações constitui em um dos maiores desafios para a concretização da perspectiva interdisciplinar na escola atual.

Convém mencionar que várias experiências têm sido propostas para incorporar a interdisciplinaridade na escola, como a pedagogia de projetos, o trabalho com temas integradores e com temas transversais.

As práticas sociais como fonte de contextualizações

A Matemática, como todo conhecimento, é produzida pelos homens em sua interação com os outros homens e com o mundo. Assim, o conhecimento matemático liga-se, sempre, a algum contexto. No entanto, essas ligações não são, em geral, explícitas e nem fáceis de serem desvendadas. Um dos sinais dessa dificuldade pode ser identificado nos legítimos reclamos dos estudantes: *Por que é preciso estudar isso? Prá que serve a Matemática que nos tentam ensinar?*

Cabe, então, aos responsáveis pela formação escolar, um importante papel: buscar conexões que deem significado aos conteúdos matemáticos. Nesse sentido, já foram mencionadas, em seções anteriores deste trabalho, conexões entre os subcampos da própria Matemática e também as várias ligações dela com outros saberes.

Contudo, devem ser buscadas contextualizações que incluam um leque mais variado de vivências dos estudantes. Quando se trata, em particular, das crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma excelente fonte de contextualizações pode ser encontrada no universo infantil: vida doméstica; esportes; brincadeiras e jogos, histórias, músicas e em tantas outras atividades.

É um desafio fascinante tentar o diálogo do saber matemático – para muitos, tido como árido e pouco acessível – com a riqueza do imaginário das crianças e com a simplicidade dos seus jogos e de suas brincadeiras, sempre marcados pelo “faz de conta”.

Outras contextualizações podem ser construídas com base em atividades de compra e venda, reais ou fictícias, que contribuem para a atribuição de significado às operações básicas. Lidar com preços de mercadorias em diversas embalagens ou com contas de água, luz e telefone, por exemplo, permite um contato importante com os conceitos de grandezas e de medidas, além de propiciar discussões de natureza socioeconômica, desde que compatíveis com o mundo da criança.

Mas, é preciso cuidado com contextualizações artificiais, em que as situações apresentadas são apenas pretexto para a obtenção de números a serem usados em operações matemáticas. Por exemplo, recorrer-se às alturas dos montes Everest (**8 844 m**) e Aconcágua (**6 959 m**), exibidos em belas imagens, para “contextualizar” a multiplicação de **8 844** por **6 959**. Também é preciso cautela no uso de desenhos ou de imagens para “tornar mais concreta” a medição ou a comparação entre comprimentos. Por exemplo, no desenho em perspectiva de um dado de jogar, suas arestas não possuem, em geral, o mesmo comprimento, como têm na realidade.

METODOLOGIAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Transformações no saber a ensinar

A contextualização não deve ser vista como a simples inserção de elementos das práticas sociais na formação matemática, mas como instrumento que permita ao estudante estabelecer relações entre os diferentes conhecimentos, construídos historicamente, com os quais ele entrará em contato. Mesmo tendo sua origem nas práticas e nas necessidades sociais, o conjunto de conhecimentos que servirá de motor para as aprendizagens escolares precisará passar por algumas transformações. Ele deverá ser submetido, pelo conjunto do sistema educacional, a um processo de **descontextualização**, no qual se afasta das práticas sociais que lhe deram origem. Tal processo toma corpo nos referenciais curriculares e de avaliação, nos livros didáticos, entre outras formas. Chegando à escola, esse conjunto de conhecimentos deverá sofrer uma nova adaptação, para que possa ser ensinado pelo professor e aprendido pelo aluno. Nesse momento, dois caminhos são possíveis.

No primeiro, o professor apresenta para os alunos o objeto de conhecimento descontextualizado, tal como chegou à porta da escola. No segundo, ele busca realizar uma contextualização desse objeto de conhecimento. Em qualquer dos casos, supõe-se que seu objetivo final é o estudante ser capaz de, ao final do processo de aprendizagem, reunir um conjunto de conhecimentos que lhe permita desenvolver as habilidades necessárias à resolução das situações e dos problemas que enfrentará não somente na continuidade de seus estudos, mas também em suas práticas sociais e cotidianas.

O foco na transmissão do conhecimento

O primeiro dos caminhos acima mencionados, no entanto, reflete a concepção do professor como emissor do conhecimento e o aluno como receptor. Ou seja, o professor ensina, geralmente por meio de seu discurso, e o aluno deve aprender, por meio de uma escuta atenta do discurso do professor. Essa escolha metodológica se baseia, geralmente, em três etapas: a apresentação do objeto de conhecimento, a oferta de exemplos de aplicação e uma extensa bateria de exercícios de fixação do conteúdo estudado.

A opção por esse caminho demanda estudantes bastante motivados e com grande capacidade de concentração, o que não parece ser o caso na maioria de nossas escolas, particularmente com estudantes de menor idade⁶. Na verdade, a predominância desse tipo de ensino em nosso sistema escolar tem sido apontada na literatura educacional como uma das causas das sérias dificuldades na aprendizagem.

O estudante como sujeito ativo da aprendizagem

No segundo caso, cabe ao professor promover uma recontextualização do conhecimento em jogo na relação didática, ou seja, promover uma situação de aprendizagem em que o conhecimento que se deseja que o estudante aprenda apareça na forma de uma situação a ser enfrentada, a qual se apresenta de maneira contextualizada. É como se, em

⁶ Ver CÂMARA, Marcelo. Algumas concepções sobre o ensino-aprendizagem em matemática. In *Educação Matemática em Revista*, n.12. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, p.11-15, 2002.

certa medida, o estudante fosse levado a 'reconstruir' ou 'reinventar' o conhecimento didaticamente transposto para a sala de aula.

Ao adotar esse caminho, os papéis docente e discente invertem-se de maneira significativa. Enquanto ao professor cabe o papel de criar situações que levem os estudantes na direção da aprendizagem, estes devem realizar uma espécie de reconstrução do objeto de conhecimento. Essa escolha metodológica caminha no sentido inverso à anterior: nesse caso, o professor não parte da apresentação do conhecimento matemático, mas de uma situação previamente elaborada para que, no processo de resolução, o aluno construa seu próprio conhecimento. Resumindo, o estudante assume, nessa proposta metodológica, um papel essencial e ativo no processo, que se dará por meio da vivência de situações preparadas pelo professor.

O segundo caminho tem sido defendido, frequentemente, nos estudos em Educação Matemática, que têm colocado em evidência três escolhas metodológicas coerentes com essa opção: a resolução de problemas, a utilização da modelagem e o trabalho com projetos.

Resolução de problemas

De início, é preciso diferenciar a ideia de **problema** associada à metodologia em que se enfatiza a transmissão do conhecimento daquela ligada à metodologia em que o estudante é colocado em situação de ator principal no processo de aprendizagem. Na primeira escolha metodológica, é privilegiado o **problema fechado**, que se caracteriza por uma aplicação de conhecimentos já supostamente aprendidos pelo estudante. Nesse caso, já de antemão, o estudante é conduzido a identificar o conhecimento a ser utilizado em sua resolução, sem que haja maiores estímulos à construção de conhecimentos e à utilização do raciocínio matemático. O uso exclusivo desse tipo de problema consegue mascarar a efetiva aprendizagem, à medida que, ao antecipar o conhecimento em jogo na situação, o estudante atua de forma mecânica e, muitas vezes, sem construir significado, na resolução do problema.

Em contraposição ao problema fechado, estudos em Educação Matemática têm colocado em evidência o trabalho com **problemas abertos e situações-problema**⁷. Apesar de apresentarem objetivos diferentes, estes dois últimos tipos de problemas colocam o estudante, em certo sentido, em situação análoga àquela do matemático no exercício de sua atividade. Diante deles, o estudante deve realizar tentativas de resolução, estabelecer hipóteses, testá-las e validar seus resultados⁸.

Modelagem matemática no ensino e aprendizagem

Em anos recentes, os estudos em Educação Matemática têm posto em evidência a ideia de **modelagem matemática**: "a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real"⁹.

⁷ Sobre as ideias de problema aberto e situação problema, ver CÂMARA, Marcelo. Um exemplo de situação problema: o problema do bilhar. In: *Revista do Professor de Matemática*, n.50. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, p.38-45, 2002.

⁸ A este respeito, ver BROUSSEAU, Guy. *Introdução ao estudo das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino*. São Paulo: Ática, 2008.

⁹ BASSANEZI, Rodney. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto, 2002.

A modelagem matemática pode ser entendida como um método de trabalho científico. Nessa perspectiva, há coerência desse método com os pontos de vista expostos neste texto sobre as características da matemática como fonte de modelos para o conhecimento dos fenômenos da natureza e da cultura.

No entanto, neste momento, é a modelagem matemática como estratégia de ensino e aprendizagem que convém destacar, pela estreita conexão dessa estratégia com ações envolvidas na resolução de problemas abertos e de situações-problema.

De fato, quando a modelagem matemática propõe uma situação-problema ligada ao mundo real, com sua inerente complexidade, o estudante é chamado a mobilizar um leque variado de conhecimentos e habilidades: **selecionar variáveis** que serão relevantes para o modelo a construir; **problematizar**, ou seja, formular um problema teórico, na linguagem do campo matemático envolvido; **formular hipóteses** explicativas do fenômeno em causa; **recorrer ao conhecimento matemático acumulado** para a resolução do problema formulado (o que, muitas vezes, requer um esforço de **simplificação**, pelo fato de que o modelo originalmente pensado pode revelar-se matematicamente muito complexo); **validar**, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes, o que, quase sempre, leva à necessidade de **modificação do modelo**, que é essencial para revelar o aspecto dinâmico da construção do conhecimento.

Evidencia-se, além disso, que a estratégia de modelagem matemática no ensino e na aprendizagem tem sido apontada como um instrumento de formação de um estudante: **comprometido** com problemas relevantes da natureza e da cultura de seu meio; **crítico e autônomo**, na medida em que toma parte ativa na construção do modelo para a situação-problema; **envolvido com o conhecimento matemático** em sua dupla dimensão de instrumento de resolução de problemas e de acervo de teorias abstratas acumuladas ao longo da história; *que “faz Matemática”*, com interesse e prazer.

Projetos de ensino e aprendizagem

Do ponto de vista metodológico, a proposta de uma pedagogia de projetos de trabalho¹⁰ harmoniza-se com a da resolução de problemas abertos, de situações-problema ou a da modelagem matemática, tendo em comum com essas a valorização do envolvimento ativo do professor e dos estudantes nas ações desenvolvidas na sala de aula. Além disso, os projetos que articulem vários campos do saber são oportunidades adequadas à prática da interdisciplinaridade. Outra dimensão positiva dessa ação pedagógica é a possibilidade de escolha de projetos com temas de interesse da comunidade, que favoreçam o despertar do estudante para os problemas do contexto social e para a necessidade de ações que tornem mais justo e humano esse contexto.

Deve-se dar atenção, por outro lado, à harmonização dos projetos de trabalho de sala de aula com o projeto pedagógico maior da escola. Sem essa sintonia, agrava-se a

¹⁰ Sobre o trabalho com projetos, podem ser consultados HERNÁNDEZ, F. & VENTURA, M. *A organização do currículo por projetos de trabalho*. Porto Alegre: Artmed, 1998 e PIRES, Célia. *Currículos de matemática: da organização linear à ideia de rede*. São Paulo: FTD, 2000.

fragmentação do trabalho escolar que tem sido apontada como um dos fatores que atuam negativamente na instituição escolar.

A MATEMÁTICA E A FORMAÇÃO PARA A CIDADANIA

A convivência na complexa sociedade atual tem sido marcada por graves tensões sociais, geradas por persistentes desigualdades no acesso a bens e serviços e às esferas de decisão política, e pela supervalorização das ideias de mercado e de consumo, entre outras razões. Além disso, ainda prevalece no mundo uma ordem social contrária aos princípios da solidariedade e da igualdade de oportunidades para todos. Essa é uma situação indesejável, que precisa ser superada, e devemos buscar encontrar o papel da formação matemática que contribua para superá-la.

Uma formação que valorize a participação efetiva do estudante na sua aprendizagem e que incentive a sua autonomia, certamente, colabora para a construção da cidadania. O estímulo ao diálogo permanente entre todos que atuam na sala de aula — estudantes e professor — e o incentivo ao trabalho coletivo são outras ações que favorecem o desenvolvimento da capacidade de conviver harmonicamente em sociedade e de respeitar as diferenças entre as pessoas. A sala de aula de Matemática não é só um local para a aprendizagem dessa disciplina e para a interação entre os estudantes, propiciada e mediada pelo professor; ela deve ser sempre uma oportunidade valiosa para o cultivo de condutas coletivas importantes para a vida social.

É preciso defender uma formação que reconheça saberes e práticas matemáticas dos cidadãos e das comunidades locais — que são aptidões prévias relativamente eficientes — sem que se abdique do saber matemático mais universal.

É preciso defender uma formação que reconheça saberes e práticas matemáticas dos cidadãos e das comunidades locais — que são aptidões prévias relativamente eficientes. Essa formação deve-se abdicar do saber matemático mais universal.

CONTEÚDOS MATEMÁTICOS NO ENSINO FUNDAMENTAL

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (Brasil, 2009), em discussão na comunidade educacional, indicam, enfaticamente, a necessidade de um **Ciclo de alfabetização**, destinado a crianças de 6, 7 e 8 anos de idade, sem deixar de lado a defesa do Ensino Fundamental como um todo integrado. Nos limites deste texto, opta-se por apresentar uma **visão de conjunto** da Matemática escolar que, se espera, seja abordada do 1º ao 9º anos do Ensino Fundamental, acrescida, em alguns pontos, de comentários sobre o ciclo de alfabetização.

Números e operações

As atividades matemáticas no mundo atual requerem a capacidade de contar coleções, comparar e medir grandezas e realizar codificações, que dão significados ao conceito de **número natural**. É também indiscutível saber que ler e escrever números no sistema de

numeração decimal são habilidades fundamentais, em particular no ciclo de alfabetização. Recomenda-se trabalhar, de maneira gradual e integrada, os diversos significados e propriedades das operações fundamentais de **adição, subtração, multiplicação e divisão**. É importante dar atenção especial à aquisição progressiva e gradual dos algoritmos formalizados, que se beneficiam do desenvolvimento do senso numérico, das propriedades das operações e das habilidades de cálculo mental.

Após o ciclo de alfabetização, a **potenciação** pode ser gradualmente estudada até seu desenvolvimento mais completo nos últimos anos do Ensino Fundamental, com ênfase no significado dessa operação, ou seja, na ideia de crescimento exponencial. A **radiciação** de índice 2 ou 3 (raiz quadrada e raiz cúbica), igualmente de forma lenta e significativa, pode ser abordada a partir do 6º ano do Ensino Fundamental. Os conceitos de número **racional** e de número **inteiro** estão presentes nas atividades matemáticas em quase todas as práticas sociais. Para sua aprendizagem eficiente, as pesquisas têm indicado a necessidade de se levarem em conta seus vários significados, suas diversas representações (por exemplo, as representações decimal e fracionária dos racionais) e a abordagem significativa de seus algoritmos, na qual desempenham papéis chave as ideias, bem contextualizadas, das operações nos naturais e nos inteiros e o conceito básico de equivalência nos racionais.

A noção de **porcentagem** é extremamente importante nas práticas sociais e é um conteúdo a ser abordado simultaneamente ao de número racional. No entanto, é preciso cuidado na progressão desses dois últimos conceitos, que só deveriam ser formalizados a partir do 6º ano do Ensino Fundamental. O número **irracional** tem sua origem ligada a problemas no âmbito da própria Matemática, que é a existência de segmentos que não têm uma medida comum. Mas, atenção! Nesse caso, trata-se da medição abstrata e não daquela realizada com instrumentos físicos. Também surgem, por exemplo, nas raízes quadradas de números inteiros que não são quadrados perfeitos. As dificuldades conceituais associadas aos irracionais indicam que eles só sejam estudados nos anos finais do Ensino Fundamental. Em uma formação matemática sintonizada com os desafios do século XXI, não se pode deixar de lado o trabalho com o **cálculo mental** e as **estimativas**. Também não podemos prescindir do uso da **calculadora**, assunto que será mais aprofundado adiante neste texto. A respeito disso, as questões relativas ao ensino e à aprendizagem dessas habilidades são numerosas e desafiadoras.

Álgebra

As tendências atuais em Educação Matemática encaram a **Álgebra** como uma forma de pensar matematicamente, caracterizada, entre outros aspectos, pela busca de **generalizações** e de **regularidades**. Adotado esse ponto de vista, é recomendável que o ensino desse conteúdo seja desenvolvido desde a primeira etapa do Ensino Fundamental. Mas é importante preservar, cuidadosamente, no ciclo de alfabetização, a informalidade da abordagem, bem como evitar reduzir, nos anos posteriores, a álgebra a simples manipulação simbólica. Além disso, o trabalho com esse campo da Matemática escolar, após o emprego do raciocínio algébrico de maneira informal, realizado nos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, deve passar a abordar, progressivamente, os conceitos de **variável, expressão algébrica,**

igualdade algébrica, equações (do 1º e do 2º graus), **proporcionalidade** e **função**. Em particular, o aprofundamento desta última noção deve apoiar-se em situações do cotidiano do estudante, evitando-se a sistematização precoce.

Geometria

Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em particular no ciclo de alfabetização, sugere-se que o trabalho com a **Geometria** seja centrado na exploração do espaço que envolve a criança. As situações em que ela seja levada a se **situar no espaço** que a cerca devem ser particularmente exploradas. Dessa maneira, em momentos iniciais, podem ser propostas atividades que levem o estudante a compreender as ideias de **pontos de referência** e **deslocamentos** e, gradualmente, de **direção**, **sentido**, **ângulo**, **paralelismo**, **perpendicularidade** e **coordenadas cartesianas**.

É também no espaço que cerca a criança que ela encontra as diferentes **figuras geométricas**, planas e espaciais, e identifica, de modo progressivo, suas propriedades. Os difíceis caminhos didáticos que favorecem a passagem gradual do mundo concreto para os entes geométricos abstratos passam sempre pelo emprego adequado de **desenhos**, de **construções geométricas**, de **planificações**, do uso de **programas tecnológicos** ou **softwares** de geometria dinâmica, de **ampliação** e de **redução** de figuras. Por esses caminhos, podem ser abordados importantes conceitos e resultados, tais como a **semelhança** e os **Teoremas de Tales** e de **Pitágoras**.

Grandezas e medidas

Os conceitos de **grandeza** e de **medida de grandezas** estão presentes nas múltiplas atividades das pessoas: no dia a dia, nas práticas profissionais, no mundo da tecnologia e da ciência. Por isso, a construção desses conceitos é tão importante e recomenda-se que seja iniciada desde os primeiros anos escolares, de maneira bastante informal no ciclo de alfabetização, sendo ampliada e aprofundada nos anos posteriores do Ensino Fundamental. A comparação de grandezas, que são atributos de objetos ou de fenômenos físicos, pode ocorrer de maneira informal e quase despercebida. São corriqueiras perguntas como: *Quem está mais longe? Qual é a marca mais barata? Quanto tempo demora? Quanto pesa? Quanto custa? Qual é o mais curto?*

Cabe ao ensino escolar, progressivamente, sistematizar e aprofundar tais questões, de modo que os estudantes possam construir as noções de **medição** e de **unidade de medida** (padronizada ou não) para um leque amplo de grandezas e começar a usar **instrumentos de medição**. No Ensino Fundamental, deve-se dar muita atenção às **grandezas geométricas**: comprimento (perímetro), área, volume (capacidade) e abertura de ângulo. Mas, outras grandezas podem ser estudadas, sempre em situações com significado: valor monetário (dinheiro), tempo, massa e temperatura. Grandezas determinadas pela razão de duas outras (kWh, velocidade, densidade, etc.) podem ser construídas com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, bem como demandam alguma atenção as unidades de medida da informática: Kb, Mb, Gb, etc.

Estatística, probabilidades e combinatória

Muitos afirmam que uma grande inovação do conhecimento na segunda metade do século XX foi o relevo conquistado pelo campo da estatística, probabilidades e combinatória, cujo desenvolvimento está muito relacionado ao advento do computador e das ciências da computação e da informação. Novos conhecimentos tornaram indispensáveis mudanças na cultura escolar. As propostas curriculares mais recentes têm incluído como um novo campo de conteúdos a **estatística**, por meio da qual se procuram abordar o **levantamento de dados** sobre determinada questão da realidade física ou social, o **tratamento**, a **organização**, a **apresentação** e a **interpretação** desses dados (tabelas, dispositivos gráficos, medidas estatísticas, etc.) e a formulação de conclusões de natureza estatística. A teoria das probabilidades, em sua vertente escolar, serve como base para a estatística e também como modelo teórico para os fenômenos envolvendo a ideia de incerteza. As mencionadas propostas curriculares incluem, ainda, a combinatória, que lida, entre outros conteúdos, com a contagem sistemática de conjuntos discretos. Todos esses conteúdos podem se fazer presentes no ciclo de alfabetização, mas é preciso cuidado para se evitar a sua sistematização nessa fase.

RECURSOS DIDÁTICOS

O livro didático e a sala de aula

O livro didático traz para os processos de ensino e de aprendizagem mais um personagem, o seu autor, que passa a dialogar com o professor e com o estudante. Nesse diálogo, o livro é portador de escolhas sobre o saber a ser estudado – no nosso caso a Matemática –, os métodos adotados para que os estudantes consigam aprendê-lo mais eficazmente, a seleção e a organização dos conteúdos ao longo dos anos de escolaridade.

Cria-se, dessa maneira, uma teia de relações interligando quatro polos: um deles é formado pelo autor e o livro didático; o professor, o estudante e a Matemática compõem os outros três.

Uma reflexão sobre o livro didático, que procure contemplar o cenário complexo acima esquematizado, pode-se inspirar no estudo de Gérard & Roegiers¹¹ para dele extrair um elenco das funções mais importantes desse livro em relação ao estudante e ao professor.

Tratando-se do estudante, tais funções podem ser:

- favorecer a aquisição de saberes socialmente relevantes;
- consolidar, ampliar, aprofundar e integrar os conhecimentos;
- propiciar o desenvolvimento de competências e habilidades do estudante, que colaborem para aumentar sua autonomia;
- contribuir para a formação social e cultural e para o desenvolvimento da capacidade de convivência e de exercício da cidadania.

¹¹ GÉRARD, François-Marie & ROEGIERS, Xavier. *Conceber e avaliar manuais escolares*. Porto: Ed. Porto, 1998.

Com respeito ao professor:

- contribuir com o planejamento didático-pedagógico anual e com a gestão das aulas;
- oferecer subsídios à formação didático-pedagógica;
- auxiliar na avaliação da aprendizagem do estudante;
- favorecer a aquisição de saberes profissionais pertinentes, cumprindo o papel de texto de referência.

Para o desempenho satisfatório dessas funções, importa não só o que está contido no livro do aluno, mas também as orientações e os textos informativos incluídos no manual do professor.

Por outro lado, há situações em que o livro didático tem ocupado o papel dominante no ensino. Quando isso ocorre, é bom lembrar que, apesar de toda a sua importância, o livro não deve ser o único suporte do trabalho do professor. É sempre desejável buscar enriquecê-lo com outras fontes, a fim de ampliar ou aprimorar o conteúdo que ele traz e, acima de tudo, adequá-lo ao grupo de estudantes que o utilizam.

Nesse sentido, vale a pena valorizarmos cada dia mais a riqueza do material contido no acervo de livros complementares — paradidáticos — destinados aos primeiros anos do Ensino Fundamental, os quais têm sido distribuídos pelo Ministério da Educação tem distribuído para escolas públicas do país.

Mas é preciso cuidado. Por mais ajuda que os livros ofereçam, o professor é insubstituível e deve-se, sempre, procurar levar em consideração as especificidades sociais e culturais da escola, para que a formação integral do estudante seja mais efetiva.

Os jogos na formação matemática

O interesse pelos jogos matemáticos vem de longa data, tanto que existe, hoje, uma extensa bibliografia sobre o tema e um crescente interesse dos professores em incorporá-los a sua prática pedagógica. O ponto de vista privilegiado é o de que os jogos devem ser encarados como situações-problema e, baseando-se nelas, podem ser tratados conceitos e relações matemáticas relevantes para o ensino.

A denominação genérica "jogos matemáticos" pretende englobar situações-problema de vários tipos, como jogos que envolvem disputa entre duas pessoas ou entre pares, incluindo os clássicos e suas variações — por exemplo, o xadrez, o jogo de damas, o jogo da velha e muitos outros jogos de tabuleiro —, muitos deles com ricas ligações com as várias culturas regionais; quebra-cabeças de montagem ou movimentação de peças, como o tangram e os poliminós; os desafios, enigmas e paradoxos, formulados em linguagem do cotidiano e que requeiram raciocínio lógico para serem desvendados.

Vários aspectos têm sido apontados como pedagogicamente relevantes nas experiências com jogos nas aulas de Matemática. Em primeiro lugar, menciona-se a necessidade de desenvolver a dimensão lúdica, importante para o desenvolvimento integral do estudante. Ao lado disso, os jogos também são instrumentos importantes para favorecer a inserção do estudante em sua cultura.

Em segundo lugar, argumenta-se que ideias e relações matemáticas importantes estão presentes em uma enorme variedade de jogos e, por meio desses, é possível um encontro inicial e estimulante com ambos. Além disso, a busca de estratégias para a vitória ou para solucionar um desafio inclui, normalmente, uma variedade de questões de lógica ou de Matemática. Esse fato possibilitaria a exploração de um mesmo jogo em diversos níveis, dependendo do estágio dos participantes.

No âmbito pedagógico, é fundamental o aspecto interativo propiciado pela experiência com jogos matemáticos. Os estudantes não ficam na posição de meros observadores, tomando conhecimentos de novos fatos. Ao contrário, transformam-se em elementos ativos, na tentativa de ganhar a partida ou na busca de um caminho para a solução do problema posto à sua frente. Certamente, tal atitude é extremamente positiva para a aprendizagem das ideias matemáticas subjacentes aos jogos. Além do mais, a vitória em uma partida ou a descoberta da solução de um desafio são experiências relevantes para fortalecer a autoconfiança, tão indispensável ao processo de aprendizagem. É bom lembrar, em contrapartida, que as derrotas repetidas e os insucessos frequentes diante dos desafios podem levar a frustrações e reforçar a ideia de incapacidade para compreender os fatos na área da Matemática.

O caráter recreativo da experiência com jogos pode tornar a Matemática mais atraente para os estudantes que desenvolveram reações sobre como lidar com esse conhecimento. Outro mérito seria o de contribuir para atitudes positivas de convivência, pois, nos jogos não individuais, o estudante é chamado a negociar as regras do jogo, a respeitá-las, a colaborar com seus parceiros de jogo, a aprender a perder e a saber ganhar.

Deve-se, advertir, no entanto, que não é uma tarefa fácil trazer os jogos matemáticos para a escola. A complexidade de alguns jogos, mesmo os mais comuns, requer, de um lado, clareza sobre os vários conceitos matemáticos envolvidos e, de outro, um planejamento do momento e da maneira adequados para a sua utilização como recurso didático. Só assim, serão garantidos a riqueza conceitual, o prazer em participar da atividade e a conquista da autoconfiança dos estudantes.

História da Matemática como recurso didático

Uma das formas mais eficazes de atribuir significado aos conceitos matemáticos é contextualizá-los no processo de evolução histórica desses conceitos.

No entanto, ao trazermos a história da Matemática para a sala de aula, não podemos nos limitar à descrição de fatos ocorridos no passado ou à atuação de personagens famosos. Em primeiro lugar, é importante que as articulações da matemática com as necessidades humanas de cada época sejam evidenciadas. Mais importante ainda, é preciso levar em conta as contribuições do processo de construção histórica dos conceitos e procedimentos matemáticos para a superação das dificuldades de aprendizagem desses conteúdos em sala de aula.

A construção progressiva dos números naturais, racionais, irracionais, negativos e imaginários ao longo da história é uma fonte importante para a didática atual desses conceitos. Por exemplo, refletir sobre as dificuldades históricas da chamada “regra dos sinais”, relativa à multiplicação de números negativos, e discutir a criação dos números irracionais são iniciativas

que podem contribuir bastante para o ensino desses conteúdos, particularmente para que o professor consiga associar as dificuldades de seus estudantes às dificuldades encontradas historicamente pelo homem no processo de desenvolvimento do conhecimento matemático.

As tecnologias de informação e a comunicação

As mudanças tecnológicas das últimas décadas repercutiram de forma evidente na Matemática, com o advento de novos recursos de armazenamento e comunicação de informações, de computação e de criação de “realidades virtuais”.

Na escola, não só surgiram novos conteúdos curriculares, mas também se passou ao emprego de metodologias de ensino e aprendizagem com uso de novas tecnologias.

Um primeiro ponto a mencionar é o papel que a **calculadora** e o **computador** desempenham para, entre outras possibilidades, facilitar os cálculos com números de ordem de grandeza elevada; armazenar, organizar e dar acesso a grande quantidade de informações (banco de dados); fornecer imagens visuais para conceitos matemáticos; permitir a criação de “micromundos” virtuais para a simulação de “experimentos matemáticos”; permitir rápido acesso aos múltiplos recursos da Internet.

Por isso, o emprego da calculadora, ou do computador, não deve ser encarado como limitador do desenvolvimento das habilidades matemáticas para operar com números, como ainda tem sido entendido por muitos. Ao contrário, ambos devem ser vistos como instrumentos de expansão dessa capacidade de calcular. A competência de efetuar as operações básicas da aritmética, com números inteiros e racionais, continua sendo necessária para a formação básica de todos os cidadãos, respeitada a complexidade dessas operações.

O uso da calculadora, por exemplo, torna indispensável desenvolver no estudante a capacidade de efetuar cálculos mentais e estimativas. O cálculo por arredondamento é uma dessas estratégias, ao lado da estimativa da ordem de grandeza dos resultados das operações. A ampliação dessas capacidades vai permitir ao estudante controlar o resultado de cálculos realizados com a calculadora ou o computador e, dessa forma, não o deixar refém desses instrumentos.

Convém lembrar também que as novas tecnologias de ensino e aprendizagem não atuam por si sós e não podem sozinhas fazer com que os estudantes aprendam Matemática. Dessa maneira, elas não diminuem o papel ou a responsabilidade do professor em sala de aula. Ao contrário, o planejamento didático das atividades a serem desenvolvidas assume lugar essencial entre as suas tarefas. E, tendo em conta o amplo leque de possibilidades que tais tecnologias oferecem, pode-se até dizer que o papel do professor fica mais amplo e complexo.

Outros recursos didáticos

As metodologias de ensino e aprendizagem mencionadas neste texto requerem de professores e estudantes o recurso permanente a variadas fontes de informação e a momentos de interação fora dos limites da sala de aula. As leituras complementares de livros, de jornais e revistas, as buscas na Internet, as sessões de vídeo, as visitas culturais, os grupos de estudo e os chamados “estudos do meio” são alguns dos recursos mais conhecidos, mas professores e estudantes devem exercitar a criatividade na busca de ampliar esse leque de possibilidades.

O recurso a **materiais concretos** nas aulas de Matemática tem sido defendido de forma muito frequente na literatura educacional. São numerosos os depoimentos de professores sobre os efeitos positivos do uso desses materiais na aprendizagem, entre os quais encontram-se modelos de figuras geométricas, moldes para montagem de figuras, maquetes, dobraduras, material dourado, ábaco, barras *Cuisenaire*, “dinheiro de fichas”, e instrumentos de desenho e de medição.

No entanto, é preciso que se exerça permanente vigilância sobre alguns aspectos envolvidos no uso didático de materiais concretos. Deve-se evitar a ilusão de que o uso do material, por si só, exerça um papel positivo sobre a aprendizagem. Faz-se necessária uma ação prévia de análise das estruturas conceituais subjacentes ao material concreto: é preciso desvendar “a matemática do material”, para que seja eficaz o seu emprego como instrumento auxiliar de aprendizagem.

Outro aspecto a mencionar é o emprego de medições realizadas em materiais concretos como uma maneira de levar o estudante a descobrir ou a comprovar propriedades geométricas. Embora essa abordagem possa ser útil no ensino introdutório das referidas propriedades, recomenda-se ter sempre em conta que todas as medições feitas no mundo material são necessariamente aproximadas. Por exemplo, em um triângulo abstrato, na Geometria escolar, a soma das medidas de seus ângulos internos é 180° . No entanto, em um triângulo construído de papel (ou desenhado no papel) a soma de seus ângulos, medidos com um transferidor, valendo-se de todo o cuidado, será apenas, **aproximadamente**, igual a 180° .

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este texto visa propiciar a reflexão sobre uma formação matemática que cumpra os requisitos de relevância, pertinência e equidade, na busca de uma educação com qualidade social. Aqui se defendeu que, para ser **relevante**, a formação precisa reconhecer a presença da matemática nas atividades humanas, das mais rotineiras às mais complexas. Deve, além disso, tornar acessível a todos o acervo de conhecimentos matemáticos historicamente acumulados. A relevância da formação nutre-se também da exploração das conexões do conhecimento matemático, seja entre as suas subdisciplinas, seja com outros saberes científicos, sem esquecer que todo conhecimento matemático relevante está associado a alguma prática social.

Como se reafirmou neste texto, a formação matemática **pertinente** começa por reconhecer a complexidade dos fenômenos de ensino e aprendizagem e a recorrer aos conhecimentos construídos na área didático-pedagógica. Nesses estudos, deslocou-se a atenção exclusiva ao ensino e passou-se a valorizar também a aprendizagem. Para tanto, metodologias de ensino e aprendizagem mais eficientes e recursos didáticos variados precisam ser experimentados.

O requisito da **equidade** traduziu-se, neste texto, pela indicação de características de uma formação que possibilite a todos o acesso ao conhecimento matemático. Essa formação deve valorizar os conhecimentos e habilidades já adquiridos pelas crianças e pelos jovens e o

seu nível de desenvolvimento cognitivo; deve proporcionar também um espaço de construção coletiva de cidadãos críticos, autônomos e solidários.

Em vários pontos deste texto, foram feitas considerações sobre a função essencial a ser desempenhada pelo professor no processo de ensino e aprendizagem, ao lado do igualmente essencial e ativo papel a ser exercido pelo estudante. Também foi ressaltado um elenco variado e complexo de conhecimentos e habilidades matemáticas que o professor precisa mobilizar para o devido cumprimento de sua função. Cabe, então, às instâncias formadoras uma parcela fundamental de responsabilidade de dar oportunidade aos que vão ensinar, ou já ensinam, Matemática na escola, para a aquisição desses conhecimentos e habilidades.