

COLEÇÃO EXPLORANDO O ENSINO

VOLUME 3

MATEMÁTICA

ENSINO MÉDIO

## COLEÇÃO EXPLORANDO O ENSINO

Vol. 1 –Matemática (Publicado em 2004)

Vol. 2 –Matemática (Publicado em 2004)

Vol. 3 –Matemática: ensino médio

Biologia, Física e Química (em elaboração)

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Centro de Informação e Biblioteca em Educação (CIBEC)

---

Matemática : ensino médio / organização Suely Druck; seleção de textos Ana Catarina P. Hellmeister, Cláudia Monteiro Peixoto. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2004.

246 p.: il. (Coleção Explorando o ensino, volume 3)

ISBN 85-98171-15-8

1. Educação matemática. 2. Matemática – Ensino Médio. I. Druck, Suely. II. Hellmeister, Ana Catarina P. III. Peixoto, Cláudia Monteiro. IV. Brasil. Secretaria de Educação Básica.

CDU: 51:373.5

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA

MATEMÁTICA

ENSINO MÉDIO

BRASÍLIA

2004

SECRETÁRIO DE EDUCAÇÃO BÁSICA  
Francisco das Chagas Fernandes

SECRETÁRIO DE EDUCAÇÃO  
TECNOLÓGICA  
Antônio Ibañez Ruiz

DIRETORA DO DEPARTAMENTO DE  
POLÍTICAS DO ENSINO MÉDIO  
Lucia Helena Lodi

ORGANIZAÇÃO  
Suely Druck

SELEÇÃO DE TEXTOS  
Ana Catarina P. Hellmeister  
Cláudia Monteiro Peixoto

EQUIPE TÉCNICA SEB/MEC  
Maria Marismene Gonzaga  
Pedro Tomaz de Oliveira Neto

REVISÃO  
Silvana Cunha de Vasconcelos Castro  
Suely Fernandes Bechara

PROJETO GRÁFICO  
Márcio Alexandre de Castro  
Silvana Cunha de Vasconcelos Castro

CAPA  
Daniel Tavares

Tiragem 69 mil exemplares

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA  
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, sala 500  
CEP: 70.047 – 900 Brasília – DF  
Tel. (61) 2104-8177 / 2104-8010  
<http://www.mec.gov.br>



A Secretaria de Educação Básica –SEB do Ministério da Educação apresenta aos professores do ensino médio o terceiro volume da *Coleção Explorando o Ensino*, iniciada com os volumes 1 e 2, já publicados. Essa coleção tem o objetivo de apoiar o trabalho do professor em sala de aula, oferecendo um rico material didático-pedagógico, referente às disciplinas de Matemática, Biologia, Física e Química.

Sabemos que a Matemática está presente na vida cotidiana de todo cidadão, por vezes de forma explícita e por vezes de forma sutil. No momento em que abrimos os olhos pela manhã e olhamos a

# APRESENTAÇÃO

hora no despertador, estamos “lendo” na linguagem matemática, exercitando nossa abstração e utilizando conhecimentos matemáticos que a humanidade levou séculos para construir. É quase impossível abrir uma página de jornal cuja compreensão não requeira um certo conhecimento matemático e um domínio mínimo da linguagem que lhe é própria: porcentagens, gráficos ou tabelas são necessários na descrição e na análise de vários assuntos. Na sociedade atual, a Matemática é cada vez mais solicitada para descrever, modelar e resolver problemas nas diversas áreas da atividade humana. Um médico que interpreta um eletrocardiograma está utilizando um modelo matemático ao dar um diagnóstico, efetua um raciocínio matemático e emprega conhecimentos de estatística. Um pedreiro utiliza um método prático para construir ângulos retos que já era empregado pelos egípcios na época dos faraós. Uma costureira, ao cortar uma peça, criar um modelo, pratica sua



# APRESENTAÇÃO



visão espacial e resolve problemas de geometria. Apesar de a Matemática permear praticamente todas as áreas do conhecimento, nem sempre é fácil mostrar ao estudante aplicações interessantes e realistas dos temas a serem tratados ou motivá-los com problemas contextualizados. Para isso, é importante compartilhar experiências e é essencial que o professor tenha acesso a textos de leitura agradável que ampliem seus horizontes e aprofundem seus conhecimentos.

Inserir o conteúdo matemático num contexto mais amplo, provocando a curiosidade do aluno ajuda a criar a base para um aprendizado sólido que só será alcançado por meio de uma real compreensão dos processos envolvidos na construção do conhecimento. Não se trata, é claro, de repetir um caminho que a humanidade levou séculos para percorrer. No entanto, é preciso incentivar o aluno a formular novos problemas e a tentar resolver questões “do seu jeito”. O espaço para a tentativa e erro é importante para desenvolver alguma familiaridade com o raciocínio matemático e o uso adequado da linguagem. Da mesma forma que é possível ler um texto, palavra após palavra, sem compreender seu conteúdo, é também possível aprender algumas “regrinhas” e utilizar a Matemática de forma automática.

Com o objetivo de ajudar o professor nas várias áreas da Matemática, selecionamos alguns artigos da Revista do Professor de Matemática (RPM) e os adaptamos para este volume. A RPM é uma publicação da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), com apoio da Universidade de São Paulo.

O material aqui apresentado sugere a abordagem contextualizada, o uso de material concreto e apresenta uma variedade de situações cotidianas em que a Matemática se faz presente. Ao mesmo tempo, explora, em cada caso, o conteúdo de forma rigorosa e sistemática, levanta problemas e indica soluções e, nesse processo, expõe os meandros do raciocínio matemático. Os textos escolhidos estão distribuídos por áreas dos assuntos abordados no ensino médio, fornecendo exemplos de modelagem matemática, possibilitando que o professor amplie sua visão e insira os conteúdos num contexto amplo e interdisciplinar.

Este terceiro volume é publicado pelas Secretarias de Educação Básica e Secretarias de Educação Profissional e Tecnológica, que agradecem a participação da comunidade matemática, por meio da SBM – Sociedade Brasileira de Matemática.

# Introdução



Neste volume apresentamos artigos – cuja leitura leva a aprofundar o conhecimento do professor – que podem ser utilizados em sala de aula, quer por meio de atividades elaboradas pelo professor, quer como incentivo a reflexões sobre os temas abordados.

Há artigos nos quais situações do cotidiano são resolvidas matematicamente, tais como: *Quanto perco com a inflação*, *Trigonometria na oficina mecânica*, *A precisão do furo cilíndrico*, *A capacidade do graneleiro*, *Por que as antenas são parabólicas?*, *A hipérbole e os telescópios*. Esses artigos fornecem exemplos para motivar e valorizar o estudo de diversos conteúdos programáticos do ensino médio.

A Contagem, a Probabilidade e a Estatística são abordadas de forma a incentivar a curiosidade, a motivar seu estudo e até a propor atividades para uma feira de ciências em artigos como: *O jogo dos discos*, *Probabilidade geométrica e o problema do macarrão*, *O jogo de pôquer e o cálculo de probabilidades*.

Algumas crônicas, entre as quais, *Professor de Matemática cria confusão em campeonato de futebol*, *As médias nunca explicadas*, *Pérolas*, além de proporcionarem leitura agradável, colocam problemas que são resolvidos matematicamente.

Também a história da Matemática é abordada em artigos como *A solução de Tartaglia para a equação do terceiro grau*, vinculando a Matemática à história do desenvolvimento do conhecimento humano.

Há também artigos que abordam temas de cultura geral, que explicam procedimentos ou conteúdos matemáticos, exploram novas perspectivas, proporcionando outras interpretações. De um modo geral, os textos deste volume possibilitam ao professor diversificar a abordagem e a apresentação de conteúdos programáticos do ensino médio, tornando suas aulas mais motivadoras, contribuindo para a melhoria do aprendizado de seus alunos.

Os capítulos *Curiosidades* e *Problemas*, que apresenta questões resolvidas, tratam temas interessantes e estimulantes.



# Sumário

## Capítulo 1 – Álgebra

Professor de Matemática cria confusão em campeonato de futebol <i>MANOEL HENRIQUE CAMPOS BOTELHO</i> .....	13
Quanto perco com a inflação? <i>MANOEL HENRIQUE CAMPOS BOTELHO</i> .....	18
Vale para 1, 2, 3, .... Vale sempre? <i>RENATE WATANABE</i> .....	20
Pérolas <i>PAULO FERREIRA LEITE</i> .....	24
O número e, por quê? <i>ELON LAGES LIMA</i> .....	28
As dízimas periódicas e a calculadora <i>JOSÉ PAULO Q. CARNEIRO</i> .....	31
É possível construir um triângulo cujos lados estejam em PG de razão $q$ ? <i>PAULO A. DA MATA MACHADO</i> .....	36
A solução de Tartaglia para a equação do terceiro grau <i>CÉSAR POLCINO MILIES</i> .....	38
O produto de matrizes <i>CLÁUDIO POSSANI</i> .....	46
Sobre o ensino de sistemas lineares <i>ELON LAGES LIMA</i> .....	51
Uma experiência sobre ensino de sistemas lineares <i>MARIA CRISTINA C. FERREIRA E MARIA LAURA M. GOMES</i> .....	55

## Capítulo 2 – Funções

Uso de polinômios para surpreender <i>CATHERINE HERR MULLIGAN</i> .....	65
Codificando e decifrando mensagens <i>ANTONIO CARLOS TAMAROZZI</i> .....	69
Trigonometria na oficina mecânica <i>PEDRO FIRMINO DA SILVA</i> .....	73
Logaritmos <i>GERALDO ÁVILA, RENATO FRAENKEL E ANTONIO C. G. MARTINS</i> .....	75
A interpretação gráfica e o ensino de funções <i>KATIA CRISTINA S. SMOLE, MARILIA R. CENTURIÓN E MARIA IGNEZ DE S. V. DINIZ</i> .....	84
Funções e gráficos num problema de freagem <i>GERALDO ÁVILA</i> .....	90
Ensinando trigonometria por meio da imagem <i>ABDALA GANNAM</i> .....	96
Seno de 30 é um meio? <i>RENATE WATANABE</i> .....	99

## Capítulo 3 – Geometria

Por que os nomes elipse, parábola e hipérbole? <i>GENI SHULZ DA SILVA</i> .....	107
Por que as antenas são parabólicas? <i>EDUARDO WAGNER</i> .....	109

A hipérbole e os telescópios GERALDO ÁVILA .....	114
A mágica do cubo GILDO A. MONTENEGRO .....	119
Semelhança, pizzas e chopes EDUARDO WAGNER .....	121
A precisão do furo cilíndrico LUIZ MÁRCIO IMENES .....	126
A capacidade do graneleiro ANTONIO ACRA FREIRIA E GERALDO GARCIA DUARTE JR .....	128
Fulerenos e futebol: aplicações da fórmula de Euler LUIZ FERNANDO MELLO .....	132
Como cortar o pano para revestir o cesto? LUIZ MÁRCIO IMENES .....	136
Uma construção geométrica e a PG ELON LAGES LIMA .....	138
Corte e costura ERNESTO ROSA NETO .....	140
Elipse, sorrisos e sussuros RENATO J. C. VALLADARES .....	142

#### **Capítulo 4 – Contagem, Probabilidade e Estatística**

O problema dos discos ROBERTO RIBEIRO PATERLINI .....	147
Intuição e probabilidade RAUL F. W. AGOSTINO .....	154
Média e média das médias ADILSON SIMONIS E CLÁUDIO POSSANI .....	156
Número de regiões: um problema de contagem ANTONIO C. PATROCÍNIO .....	161
Probabilidade geométrica e o problema do macarrão EDUARDO WAGNER .....	166
O jogo de pôquer e o cálculo de probabilidades FLÁVIO WAGNER RODRIGUES .....	171
Eventos independentes FLÁVIO WAGNER RODRIGUES .....	179

#### **Capítulo 5 – Curiosidades** ..... 187

#### **Capítulo 6 – Problemas** ..... 213