Equações e funções

CONCEITOS A EXPLORAR

Filosofia	Ciência.
	Lógica.
	Linguagem.
	Razão.
	Conhecimento.
	Estética.
Matemática	Equações do 1º grau.
Física	Luz.

COMPETÊNCIAS A DESENVOLVER

Filosofia	Ler, de modo filosófico, textos de diferentes estruturas e registros.
	Contextualizar conhecimentos filosóficos, tanto no plano de sua origem específica quanto em outros planos: o pessoal-biográfico; o entorno sócio-político, histórico e cultural; o horizonte da sociedade científico-tecnológica.
	Elaborar por escrito o que foi apropriado de modo reflexivo.
	Debater, tomando uma posição, defendendo-a argumentativamente e mudando de posição em face de argumentos mais consistentes.
Matemática	Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões etc.). Relacionar etapas da história da matemática com a evolução da humanidade.
Física	Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si.
	Conhecer e utilizar conceitos físicos. Relacionar grandezas, quantificar, identificar parâmetros relevantes. Compreender e utilizar leis e teorias físicas.

INTERFACE COM OUTRAS DISCIPLINAS

Língua Portuguesa	Interpretação de problemas de álgebra.
Filosofia	Funções decorrentes de reações (como entalpia).

SUGESTÕES PARA EXPLORAR O VÍDEO

Filosofia

João Luiz Muzinatti

As equações e funções representam formas de linguagem matemática pelas quais o ser humano encontrou um elo entre problemas reais e a formalização e operacionalização de suas soluções. Bases do **cálculo**, as funções dão ao trabalho matemático a possibilidade de manusear situações em que há movimento ou variação.

Mas os vídeos apresentados podem ser usados para discutir aspectos inerentes à filosofia. Um tema importante ligado à matemática e à filosofia moderna é a **razão**. Para se acercar dele, proponha aos alunos um estudo mais aprofundado do pensamento do filósofo René Descartes (que se assinava, em latim, Renato Cartesius, nome que deu origem ao adjetivo "cartesiano").

As equações algébricas foram fundamentais para o estudo, no século 16, do movimento de corpos celestes em trajetórias variáveis. Descartes teve papel importante no desenvolvimento dessas equações, tendo sistematizado muitas formas de cálculo dentro da linguagem algébrica. O plano cartesiano, determinado pelas coordenadas **x** e **y**, possibilitou, além da geometria analítica, a estruturação das funções.

Acima de tudo, Descartes priorizava o sujeito em relação ao objeto e entendia que a razão era a via da apreensão do universo. Para ele, o homem já nasce com as idéias da razão, ou seja, elas não vêm de percepções sensoriais. São as chamadas "idéias inatas" ou "inatismo".

Mostre aos alunos que há em Descartes um referencial matemático, que se manifesta na ordenação das razões.

Atividade

Peça aos alunos que busquem situações retiradas da realidade em que se possam apontar (ou não) justificativas racionais. É uma boa oportunidade para trazer à tona questões de cidadania, como preconceito, violência, desigualdade, guerra etc. Proponha, então, uma questão para reflexão, debate e posterior dissertação:

- ***O racionalismo pode ser utilizado para justificar tanto as ações boas quanto as más?***

Matemática

Walter Spinelli

Atividade 1

O vídeo *Equações* discute alguns temas bem conhecidos dos alunos de Ensino Médio, como resolução de um sistema de equações, por exemplo. E, além disso, apresenta aspectos de história da matemática que, em geral, não são abordados no Ensino Fundamental.

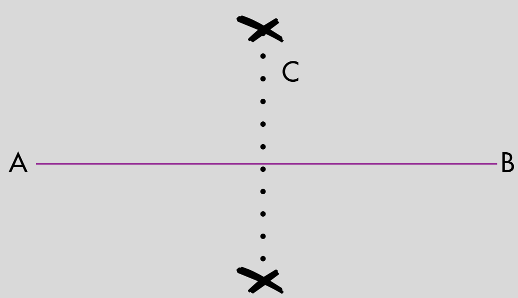
Para explorar essa abordagem, sugira atividades de resolução de equações adotando métodos anteriores à formalização algébrica. Alguns desses métodos foram apresentados por Euclides em *Os elementos*, cerca de 300 a.C., e consistem em resolver equações de 2º grau a partir de construções geométricas, como no exemplo a seguir.

Resolvendo equações do tipo $x^2 - mx + n^2 = 0$

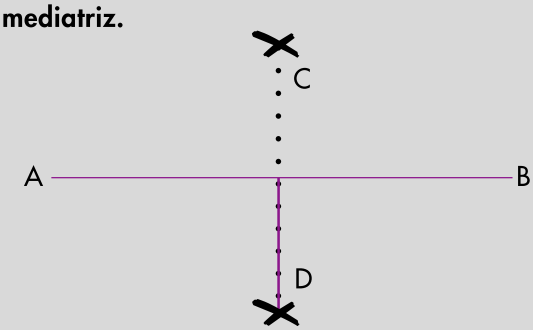
Considere-se, por exemplo, a equação $x^2 - 10x + 16 = 0$, em que $m = 10$ e $n = 4$. Mostre aos alunos como é feito o processo geométrico de resolução:

1º passo: trace um segmento de reta medindo m centímetros (neste caso, 10 cm). Denomine A e B os extremos desse segmento.

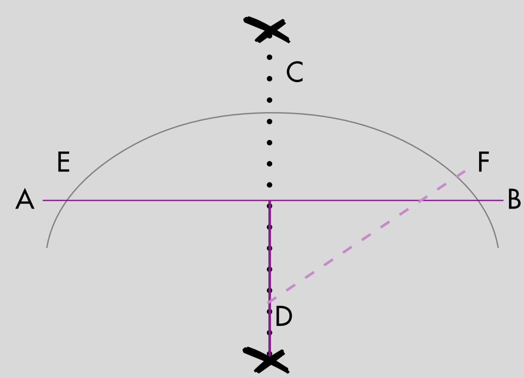
2º passo: trace a mediatriz do segmento AB e denomine o ponto médio do segmento por C.



3º passo: marque um segmento CD de medida igual a n (neste caso, 4 cm) sobre a mediatriz.



4º passo: trace um arco de circunferência de raio igual à medida do segmento CB, com centro no ponto D, de modo a cruzar em dois pontos o segmento AB. Denomine os pontos de cruzamento de E e F.



5º passo: a medida dos segmentos BF e BE são as raízes da equação. Neste caso, essas medidas são, respectivamente, 2 cm e 8 cm. Portanto, podemos escrever: $x' = 2$ e $x'' = 8$.

Terminado o exercício, peça aos alunos que percorram o caminho inverso: partindo da construção geométrica realizada e chamando de x o segmento FB, eles devem descobrir a equação inicial, que poderá ser facilmente obtida a partir da aplicação do teorema de Pitágoras no triângulo CDF.

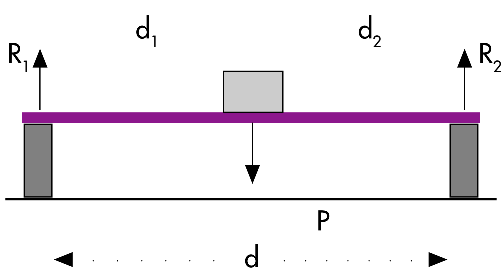
Na seqüência, peça que o método discutido seja aplicado a algumas outras equações como, por exemplo:

$$x^2 - 6x + 4 = 0 \text{ ou}$$
$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

Proponha a realização de uma pesquisa de outros métodos geométricos de resolução, semelhantes ao método descrito, mas aplicados a outros tipos de equação (Boyer, 1974).

Atividade 2

No vídeo *Equações*, um carpinteiro analisa as forças e os momentos que atuam sobre um sistema formado por um corpo colocado em uma peça de madeira com suas extremidades apoiadas sobre dois pilares.



Apresente novamente as equações mostradas no vídeo, discutindo-as com os alunos. (Verifique se já estudaram esses conteúdos em Física para identificar a necessidade de um trabalho interdisciplinar.)

$$P = R_1 + R_2 \text{ e } P.d1 = R2.d$$

Após o debate, analise com os alunos a relação entre o módulo da força de reação R1 e a distância d1 entre o apoio e o peso. Mostre que existe uma relação entre essas duas grandezas, na qual o aumento da distância d1 conduz a uma diminuição do valor da reação R1, e vice-versa.

Proponha que os alunos descubram qual é a relação matemática entre R1 e d1 (inversamente proporcional? inversa do quadrado?) a partir das equações do equilíbrio já discutidas, e peça-lhes que, depois de obtida a relação, analisem as características dessa função matemática.

Para isso, fixe um valor para o peso do corpo e para o tamanho da peça de madeira. Por exemplo, se P = 100 N e d = 2 m, têm-se as equações:

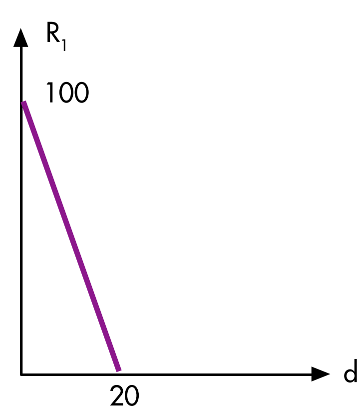
$$100 = R1 + R2 \text{ e } 100.d1 = R2.2$$

Isolando R2 na segunda equação e substituindo na primeira, encontra-se:

$$R1 = -50d1 + 100$$

Esta é a equação matemática procurada, isto é, a equação que relaciona R1 e d1. Analisando-a, os alunos poderão concluir que se trata da equação de uma função linear decrescente, corroborando a impressão inicial de que o aumento da distância d1 implica a diminuição da reação R1.

A construção do gráfico permitirá completar a análise com sinal, raízes, domínio, imagem e qualidades da função.



Física

Marisa Almeida Cavalcante

A partir do vídeo *Funções*, proponha uma atividade para explicar aos alunos de que maneira a intensidade da luz guarda uma relação com o inverso do quadrado da distância.

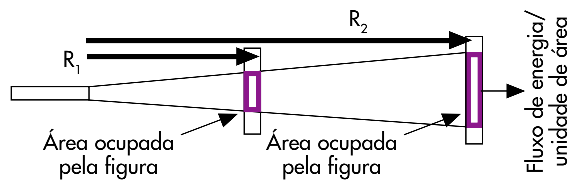
Atividades

Ao se projetar uma imagem qualquer em uma tela usando uma ponteira *laser*, verifica-se que a área ocupada pela figura varia à medida que a distância da tela aumenta. No entanto, a variação não é aleatória: ela segue uma lei física. Sabe-se que:

$$E = \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{4\pi I}{4\pi r^2} = \frac{I}{r^2}$$

Conforme o observador se afasta de uma fonte luminosa, a iluminância decresce com o quadrado da distância.

Portanto, a área ocupada pela figura projetada aumenta com o quadrado da distância, fazendo a iluminância a ser observada (intensidade por unidade de área) diminuir.



As áreas podem ser comparadas por dois processos diferentes:

- **fazendo o contorno das figuras, recortando-as e obtendo a massa de cada uma;**
- **fazendo um retângulo que contenha a figura, tangenciando-a.**

Escolhido o método pelo qual a área projetada na tela pode ser obtida, construa uma tabela do raio em função da área. O aluno verificará que o gráfico obtido é uma parábola.

Consulte também

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo, Edusp, 1974.

LIKHACHEV, V.P.; CRUZ, M.T.F. da & MESA, J. "Quantas medidas são necessárias para o conhecimento de uma grandeza física?". *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 4(22):256-62, dez. 2000.