MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA
Coordenação do programa "Sala de Professor"
2005

PROGRAMA SALA DE PROFESSOR - 2005

1. Título do vídeo/documentário: Caos – Série Arte Matemática
2. Nomes e especialidades dos três professores consultores:

Professor(a): Anamelia Bueno Buoro Disciplina: Artes
Professor(a):_Maria Helena Soares de Souza Disciplina: Matemática
Professor(a):Marisa Almeida Cavalcante Disciplina:_Física.

3. Título do trabalho:

Título: CAOS NÃO É DESORDEM

4. Material necessário para realização da atividade:

a._ - Retângulos de papelão ou de madeira de 10x04cm.

b._ 7 grupos de imagens a escolher que servirão para cobrir a - superfície do papelão ou madeira.
c. cola branca.
d. -folhas de papel sulfite e lápis grafite (para os registros visuais e escritos)

5. Principais conceitos que serão trabalhados em cada disciplina:

Disciplina 1: Arte
Topologia
Equilíbrio
Interferência
Representaçao
Composiçao
Caos

Disciplina 2: Matemática
-Topologia
-Composição de funções
-Procedimento iterativo
-Órbita de um ponto

Disciplina 3: Física
Sistemas dinâmicos
Equilíbrio estável
Determinismo
Causa e efeito

6. Principais etapas e estratégias para trabalho interdisciplinar sugerido (descrição do trabalho):

<u>Primeira etapa - sensibilização - estimativa 4 aulas</u>

A) Assistir o vídeo e discuti-lo com os alunos, fazendo um levantamento do que sabem sobre padrões nas três matérias. (pedir material para a aula seguinte).

B) Dividir a classe em 3 grupos para realização do trabalho proposto.
Construir um jogo que pode ser um dominó a partir de um tema - utilizando padrões repetidos.

C) Com o seu dominó pronto, cada grupo deverá construir sobre a mesa de trabalho uma montagem equilibrada utilizando a superfície bidimensional ou tridimensional.É importante ficar claro para os alunos que eles farão um procedimento iterativo, mantendo o conceito de equilíbrio.
Em seguida, cada aluno do grupo deverá desenhar a partir de um ponto de vista essa montagem construída, e também redigir um texto contando o processo vivido durante a montagem , registrando qual foi o equilíbrio usado ou atingido.

D) Os grupos deverão trocar de lugar para observar e interferir no trabalho um do outro. É importante que nessa interferência seja mantido o princípio do equilíbrio. Os alunos deverão efetuar um novo registro dessa segunda montagem, seguindo os mesmos passos do primeiro, agora anotando – se foi percebido – que tipo de equilíbrio foi usado na montagem. Os grupo mudam novamente de lugar repetindo-se o mesmo processo pela terceira vez. Altera-se novamente a posição dos grupos retornado ao ponto de partida. Neste momento cada grupo deve apenas registrar as alterações efetuadas sem interferir com o produto final, percebendo as montagens e as interferências realizadas pelos colegas.

<u>Segunda etapa - discussão, pesquisa e preparação da apresentação - 2 aulas</u>

Discussão sobre o processo vivido e sobre os conteúdos que foram trabalhados no processo - topologia, equilíbrio, representação, caos, etc.
Nesta fase, divide-se novamente a classe em 3 grupos por área de interesse, Física, Matemática e Arte.
Cada grupo de acordo com a área de interesse escolhida deverá efetuar uma pesquisa sobre os conceitos trabalhados e como eles aparecem nas respectivas áreas de pesquisa (Física, Matemática e Arte), orientados pelos professores dessas disciplinas.

Terceira Etapa - socialização

Apresentar para sua classe e para uma outra classe os resultados das pesquisas e todo o processo vivido.

7. Quais as etapas (lista resumida) desse trabalho?

A. Sensibilização.
B. Discussão, pesquisa e preparação da apresentação.
C. Socialização.

8. Como vocês avaliariam esse trabalho?

A avaliação deverá ser realizada durante todo o percurso do trabalho proposto.
Propomos também uma avaliação final, da apresentação, que pode ser composta com a participação das classes, auto-avaliação e a avaliação dos professores.

9. Em qual ano ou anos do Ensino Médio seria melhor aplicar esse trabalho? Por que?

Qualquer série pode utilizar o vídeo e trabalhar com as propostas feitas... Para o primeiro ano do ensino médio é necessário que seja a partir terceiro bimestre.

10. Sugestões de leituras e consultas:

10.1. Livros e periódicos:

ARTE

Os livros abaixo indicados possuem imagens e textos de boa qualidade para a pesquisa de alunos e professores na área de Arte:

ARAÚJO, Olívio Tavares de. *Dois estudos sobre Volpi.* Brasília: Funarte, 1986.

ATHOS Bulcão. Fundação Athos Bulcão/Pinacoteca do Estado de São Paulo, 2002.

BURLE Marx. São Paulo: Cosac & Naify, 2002. (Col. Espaços da Arte Brasileira) – Livro com imagens dos jardins de Burle Marx.

EXPRESSIONISMO no Brasil. São Paulo: Imprensa Oficial do Estado, 1985.

FABBRINI, Ricardo Nascimento. *O espaço de Lygia Clark.* São Paulo: Atlas, 1994.

FAVARETTO, Celso. *A invenção de Hélio Oiticica*. São Paulo: Edusp, 1992.

FLÁVIO SHIRÓ. Rio de Janeiro: Salamandra, 1990.

BEUTENMÜLLER, Alberto. *Aldir: geometria da cor.* São Paulo: Arte Aplicada, 1982.

TASSINARI, Alberto, MAMMI, Lorenzo, NAVES, Rodrigo. *Nuno Ramos*. São Paulo: Ática, 1997.

CARVALHO, Maria Cecília Costa e Silva. *Padrões numéricos e funções*. São Paulo: Moderna, 2001.

O livro traz aplicações de iterações em composição de funções.

MATEMÁTICA

STEWAR, Ian. *Os números da natureza*. Rocco – Rio de Janeiro: Rocco, 2000.

Livro de leitura agradável no qual o autor discute aspectos importantes da matemática, como aplicações e campos atuais de pesquisas e os padrões encontrados na natureza.

OSSERMAN, Robert. *A magia dos números no Universo.*Trad Júlia Bárány. São Paulo: Mercuryo, 1997.

O livro trabalha com o conceito de padrão, relações entre a Física e a Matemática, e noções de geometria fractal, em linguagem bastante simples.

Física:

GLEICK, James: *Caos - a criação de uma nova Ciência.* Rio de Janeiro:. Editora Campus, 1989.

Livro interessantíssimo, tanto para físicos quanto para matemáticos.

RUELLE, David: *Acaso e o Caos* . São Paulo: Unesp, 1993.

10.2. Páginas da Rede (internet) que podem ser consultadas pelos professores e estudantes para complementar esse trabalho.

Site que fornece informações básicas sobre a teoria do Caos
http://www.geocities.com/inthechaos/num.htm (ultimo acesso em 18/05/2005)

Site da estação ciência – USP/SP fornece informações sobre a teoria do Caos.
http://www.eciencia.usp.br/exposicao/caos/ (ultimo acesso em 18/05/2005)

Site da TV Cultura sobre o programa Arte e Matemática:
http://www.tvcultura.com.br/artematematica/home.html

Site da Fundação Athos Bulcão – artista que trabalha com padrões
http://www.fundathos.org.br/

Biblioteca e Enciclopédia de Artes Visuais on-line do site do Itaú Cultural:
http://www.itaucultural.org.br/

Textos e sugestões de atividades que envolvem Física , Matemática e Biologia

Teoria do Caos

Histórico[1]

Tudo começou no Departamento de Meteorologia do Boston Tech, atualmente conhecido como MIT (Instituto de Tecnologia de Massachusetts) em 1955, com um cientista chamado Eduard Norton Lorenz, em um projeto de pesquisa do estudo da previsão estatística do tempo. A previsão estatística do tempo é muito parecida com a previsão sinóptica, que se caracteriza por se basear mais em observações do passado do que em princípios físicos. Tal forma de previsão era do tipo linear, ou seja, a temperatura de um local poderia ser prevista e calculada como sendo uma constante *a*, somada com uma constante *b* mais uma outra constante *c* multiplicada pela temperatura de hoje em um outro local... O trabalho do meteorologista se limitava a determinar os valores destas constantes *a*, *b*, *c* ... e os preditores – elementos climáticos que multiplicam as constantes.

Lorenz não estava muito satisfeito com os resultados de previsões sinópticas e numéricas obtidos com equações de caráter linear. Então, num encontro em Wisconsin, 1956, propõe previsões a partir de sistemas de equações não lineares. Isto era bem razoável pelo fato de que a linearidade perfeita fazia com que cada variável sempre assumisse os mesmos valores apresentados no ciclo anterior. Resumindo: Lorenz foi levado a concluir que as equações deveriam apresentar soluções não periódicas. Poder-se-ia fazer uso de um computador para resolver tais equações e chegar a uma previsão mais correta. Aconselhado por um colega de departamento, Robert White, Lorenz começou a efetivamente usar um computador. Utilizando um Royal McBee LGP-30, Lorenz criou um modelo de previsão que apresentava um conjunto de apenas 14

[1] Texto retirado de http://www.geocities.com/inthechaos/obj.htm

variáveis, que foram mais tarde reduzidas até 12 variáveis. Tal modelo tinha como objetivo reproduzir o movimento das correntes de ar na atmosfera. O baixo poder computacional que seu primitivo computador apresentava forçava o cientista a poupar recursos, arredondando casas decimais, suprimindo as vírgulas dos números... etc. Ainda assim era possível traçar gráficos que representavam as condições meteorológicas desta atmosfera artificial. Dias ou meses de condições climáticas podiam ser simulados em poucos instantes. Aproximava-se o final da década de 1950. Certo dia, Lorenz decidiu repetir alguns cálculos em seu modelo. Para isto parou sua simulação computacional, anotou uma linha de números que havia sido apresentada tempos antes e digitou-a, fazendo com que o programa rodasse novamente. Como cientista típico, foi tomar um café. Voltando instantes depois, para sua surpresa, notou que os novos números da simulação nada pareciam com os impressos anteriormente. Inicialmente eram iguais, depois de algum tempo começavam a diferir na última casa decimal, então na penúltima, na antepenúltima... Fisicamente este resultado poderia ser interpretado como sendo as condições climáticas que, primeiramente, comportavam-se de forma semelhante à simulação anterior, dias após surgiam pequenas diferenças, depois diferenças cada vez maiores até que, semanas depois, as características climáticas eram totalmente diferentes das características da simulação anterior.

Por que isto ocorreu? A conclusão do cientista foi de que os números digitados não eram exatamente os mesmos; estavam arredondados! Esta pequena diferença, embora irrisória no início, foi de maneira tão incisiva se avolumando até que mudasse totalmente o resultado final. A isto denominamos ***caos*.**

2. Exemplos que poderão ser desenvolvidos em sala de aula

2.1 Caos nos Números

Como você já sabe, as pequenas diferenças numéricas no modelo de Lorenz produziram enormes diferenças no resultado final de sua simulação climática. Isto é o que costumamos chamar de dependência sensível das condições iniciais. Podemos ver isto, numericamente, no exemplo a seguir.

Você precisará de: uma calculadora, papel, caneta e, paciência.

Primeiramente precisaremos de uma equação não linear. Você trabalhará com ela de forma iterativa. Não se preocupe, não é nada difícil.

Fazer um cálculo iterativo apenas significa que você usará um valor inicial, fará um cálculo cujo resultado será seu novo valor inicial, e assim por diante... Vamos à equação:

$x_{n+1}=k.x_n.(1-x_n^2)$

onde x_{n+1} é o valor da iteração n, k é um valor constante e x_n é o valor da iteração interior. Com um exemplo as coisas ficarão mais claras.

Considere k=2,5 e seu valor inicial x_n=0,700000000. Este valor será o valor x_0. Neste caso n vale 0 e o próximo valor será $x_{0+1}=k.x_0.(1-x_0^2)$, substituindo o valor de x_0, teremos

x_1=2,5*0,700000000*(1-0,700000000^2).

Fazendo o cálculo, x_1=0,892500000. Agora, n vale agora 1, sendo o próximo valor

$x_{1+1}=k.x_1.(1-x_1^2)$.

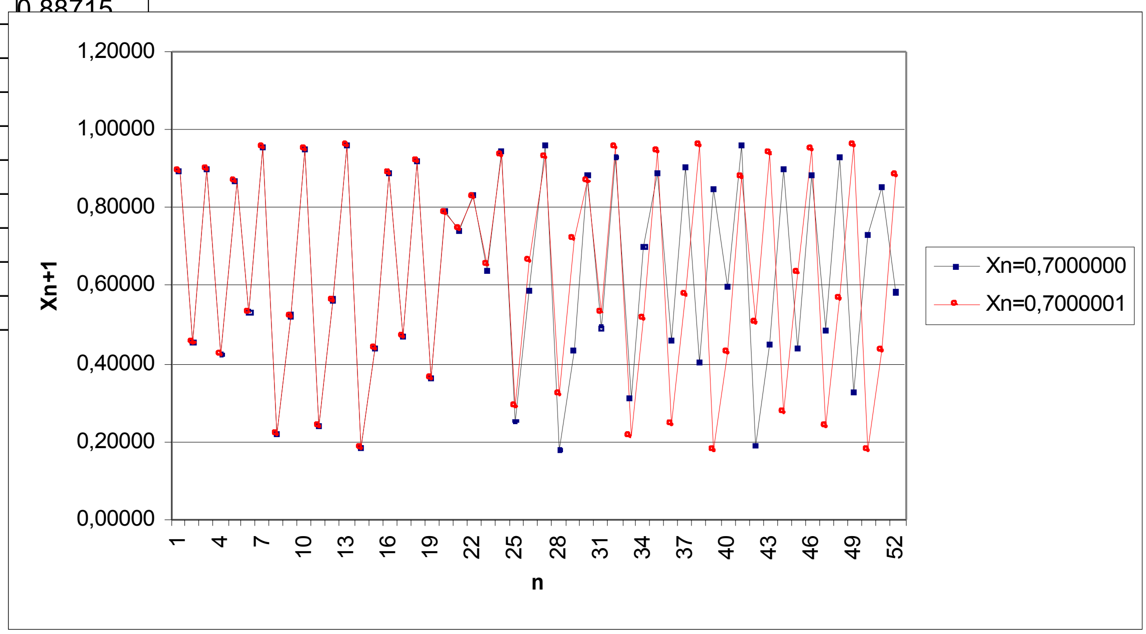
Substituindo o valor de x_1 que encontramos, temos

x_2=2,5*0,8925*(1-0,8925^2), o que dá x_2=0,453933867.

Faça uma tabela com os valores que você obtiver, como a que se encontra ao lado.

N	Xn+1	Xn+1
1	0,89250	0,89250
2	0,45393	0,45393
3	0,90100	0,90100
4	0,42394	0,42393
5	0,86936	0,86936
6	0,53076	0,53077
7	0,95311	0,95311
8	0,21824	0,21823
9	0,51961	0,51959
10	0,94829	0,94829
11	0,23882	0,23886
12	0,56300	0,56308
13	0,96137	0,96138
14	0,18212	0,18208
15	0,44020	0,44010
16	0,88725	0,88715
17	0,47200	
18	0,91712	
19	0,36431	
20	0,78989	
21	0,74263	
22	0,83267	
23	0,63837	
24	0,94556	
25	0,25037	

K	2,5	2,5
X(n)	0,700000	0,7000001



Note que até a iteração 22, aproximadamente, não há diferença notável entre os valores. A partir daí a diferença começa a se tornar evidente, até que os valores se tornam radicalmente diferentes. Esta é a dependência sensível das condições iniciais, é o que chamamos de caos.

Uma versão simplificada deste processo pode ser modelada por operações matemáticas muito simples. Pegue dois números entre 0 e 1, represente-os com duas casas depois da vírgula e escolha-os de tal modo que sejam muito próximos entre si. Por exemplo, 0,56 e 0,57. Com cada um deles, realize as seguintes operações: (1) dobrar, multiplicando por 2 e (2) cortar, jogando fora a parte inteira de modo a ficar de novo com números entre 0 e 1. Fazendo isso, você pode montar uma tabela semelhante à apresentada a seguir[2].

Início da sequência: 0,56

056 - 0,12 - 0,24 - 0,48 - 0,96 - 0,92 - 0,84 - 0,68 - 0,36

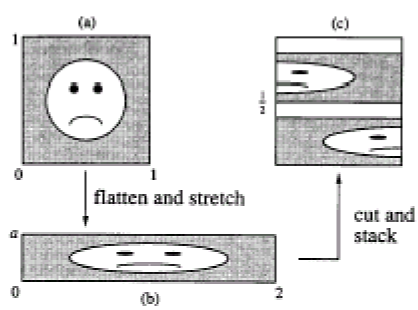
Início da sequência: 0,57

0,57 - 0,14 - 0,28 - 0,56 - 0,12 - 0,24 - 0,48 - 0,96 - 0,92

2.2 Ferradura de Smale:

Uma outra forma de visualizarmos a grande dependência das condições iniciais é através da ferradura de Smale. Essa estrutura mostra como que pequenas alterações nas condições iniciais podem acarretar em estados totalmente distintos. Imagine a figura abaixo:

diagrama esquemático da ferradura de Smale (estica e dobra)



[2] Texto retirado da pag

Nesta figura vê-se facilmente que após o processo (conhecida como dinâmica do padeiro, tal como se fazer pão) um par de pontos que se iniciam juntos podem acabar totalmente separados. O que caracteriza uma forte dependência das condições iniciais. Se tomarmos dois pontos próximos, após todo o processo não poderemos supor onde acabarão.

2.3 Aplicação de função composta em variação populacional[3]

Por volta de I845, para estudar a variação de crescimento populacional de acordo com a disponibilidade de recursos , o matemático Pierre François Verhulst (1804 -1849) propôs uma função quadrática assim descrita:

$$P(p)= (1+r)\, p-r(\, p)^2$$

Nessa função, **p** representa a população de uma determinada região pode comportar e **r** a taxa de fertilidade.

A função deveria sofrer processos iterativos para descobrir para qual valor, a partir de uma certa taxa **r**, uma população deve tender.

Iteratividade

Vamos entender o que é o processo iterativo em composição de funções.

Considerando a função f(x) =3x, vamos calcular f(1), f(f(1)), f(f(f(1))) e f(f(f(f(1)))) , que são, respectivamente 3,9,47,81.

O valor x=1, passou por transformações denominadas **iterativas** ou repetitivas pela função f(x). A **órbita** de um número numa função é a seqüência de valores obtidos pelo processo iterativo, repetidos indefinidamente.

A órbita de x=1 tende a um valor positivo infinitamente grande.

Considerando uma outra função, $g(x)= \frac{1}{3}x$ e, partindo de x=81, podemos escrever os valores obtidos pelo processo iterativo por g(x), isto é, sua órbita:

[3] Texto elaborado por Maria Helena Soares de Souza, exemplo retirado do livro “Padrões numéricos e funções” indicado na bibliografia.

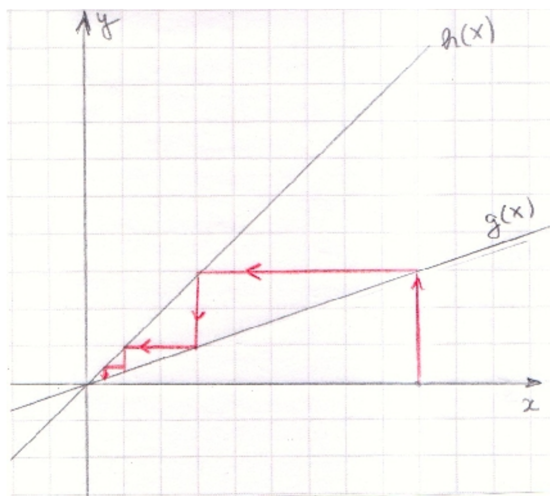
(27,9,3,1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$ ....)

A órbita é uma PG , que tende a zero.

O processo **iterativo** pode ser obtido graficamente. Vamos desenhar, no mesmo plano cartesiano, os gráficos de g(x)= $\frac{1}{3}$x e a função auxiliar h(x) =x.

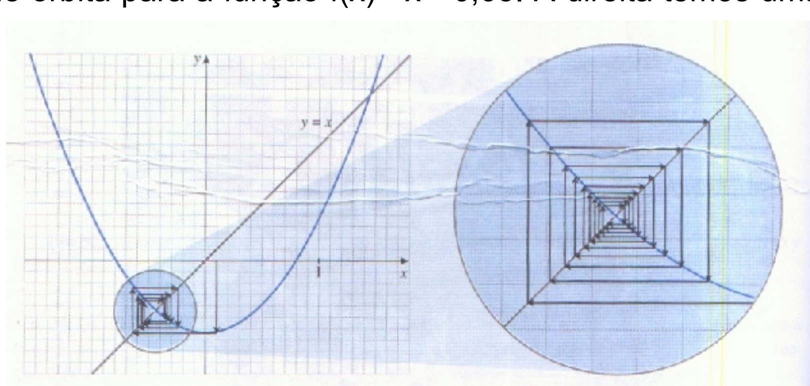
Para traçar a órbita de x=9 pela função g(x), isto é, o "caminho" da órbita, partimos de x=9 e com um segmento paralelo ao eixo **y,** atingimos o gráfico de g(x**)**. Em seguida, desse ponto, traçamos um segmento paralelo ao eixo **x** até atingir o gráfico de h(x). A partir desse ponto, traçamos um segmento paralelo ao eixo **y** até atingir o gráfico g(x). Repetindo o processo várias vezes teremos o traçado da órbita de x=9.

Na figura temos parte da órbita traçada, que indica claramente que a órbita tende a zero.



Observe que, se partirmos de um outro ponto para a mesma função, como , por exemplo x= $\frac{1}{81}$ a órbita tenderá a mais infinito, exemplo claro de caos. Partindo de condições iniciais distintas, os resultados são também distintos.

Veja um traçado de órbita para a função f(x) =x^2 -0,65. À direita temos uma ampliação da órbita.



Voltando à função de Verhulst

O objetivo da função era estabelecer um número ideal para uma determinada população, tendo em vista os recursos de uma determinada região.

Vamos supor que o ideal para uma determinada população é que a órbita tende para 1, considerando 20% da população. Podemos tomar p=0,2 . Qual seria a taxa ideal? Fazendo os cálculos, chegamos à taxa de 1,2%.

Este é um bom exercício para os alunos, mas, feito na ordem inversa. Dê os valores para p=0,2 e r=1,2% para que os alunos calculem a tendência da órbita. Naturalmente, eles devem fazer uso de uma calculadora.

Para valores como, por exemplo, r=3 e p=0,2 , a órbita não tende para valor algum.

2.4 Caos na Biologia

O que acontece se colocarmos mil peixes num tanque com um abastecimento limitado de alimentos? O que acontece se juntarmos a isso 50 tubarões que comem dois peixes por dia? O que acontece com um vírus que mata a um certo ritmo e se difunde numa certa velocidade, dependendo da densidade populacional? Felizmente muitas populações animais, alteram seu estado em intervalos de um ano, e portanto modificações anuais são mais importantes que continuas e neste caso podemos usar equações de diferença ao invés de equações diferenciais que descrevem um sistema suavemente com o tempo. Essas equações de diferença podem ser usadas para processos que pulam de estado para estado, assim para calcular a população das limantrias (tipo de mariposa) por exemplo o ecologista precisaria apenas conhecer o numero correspondente a este ano.

Na Biologia, a equação não-linear xn+1=k.xn.(1-xn) é utilizada amplamente na descrição populacional de vários tipos de animais em diferentes *habitats,* onde K representa a taxa de crescimento da população que é expressa como uma fração entre zero e 1 (zero representa a extinção e 1 a maior população concebível no habitat).

Abaixo temos alguns gráficos que representam diferentes taxas de crescimento:

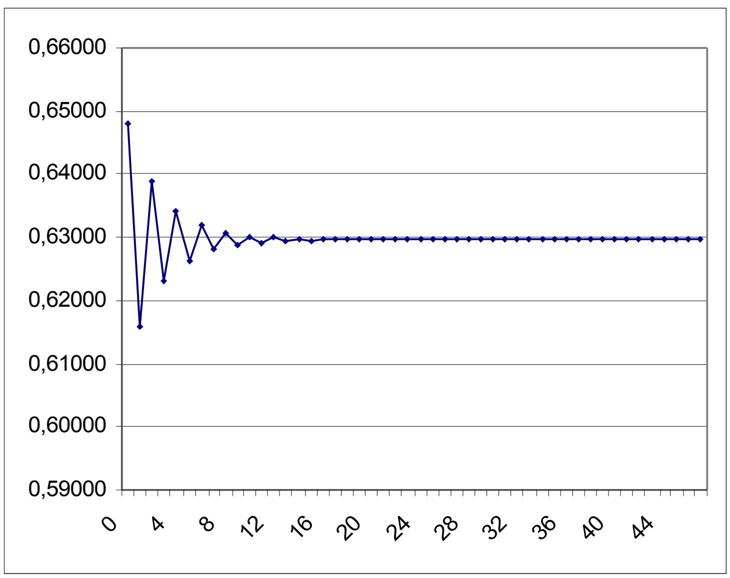
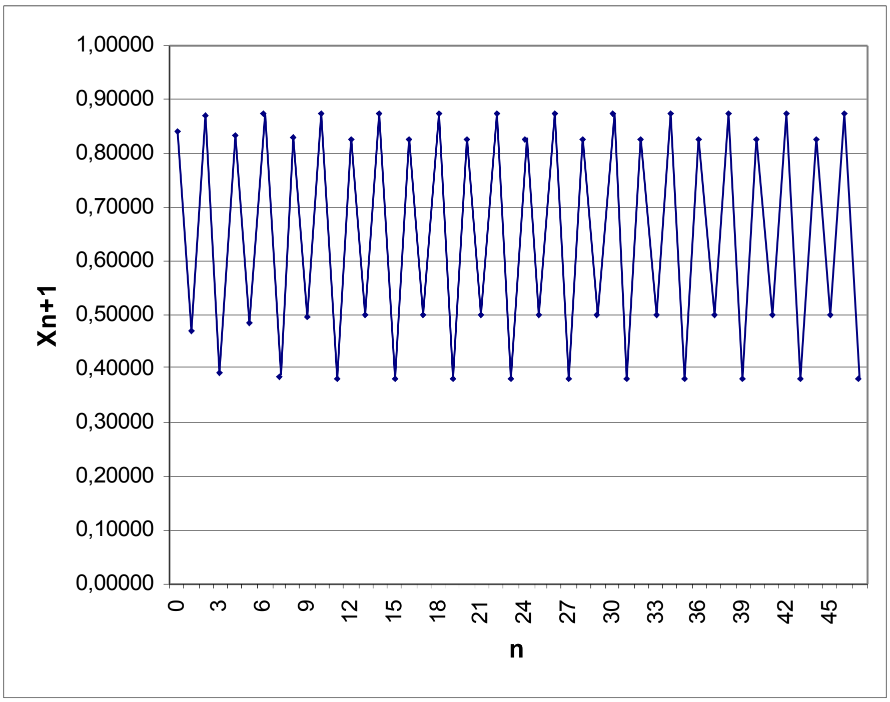


Gráfico 1: taxa de crescimento= 2,7 e Xn=0,4

Grafico2: Taxa de crescimento K=3 e Xn=0,4, observe que neste caso temos a flutuação entre dois valores ano a ano (período dois)

A cada 4 anos se repete



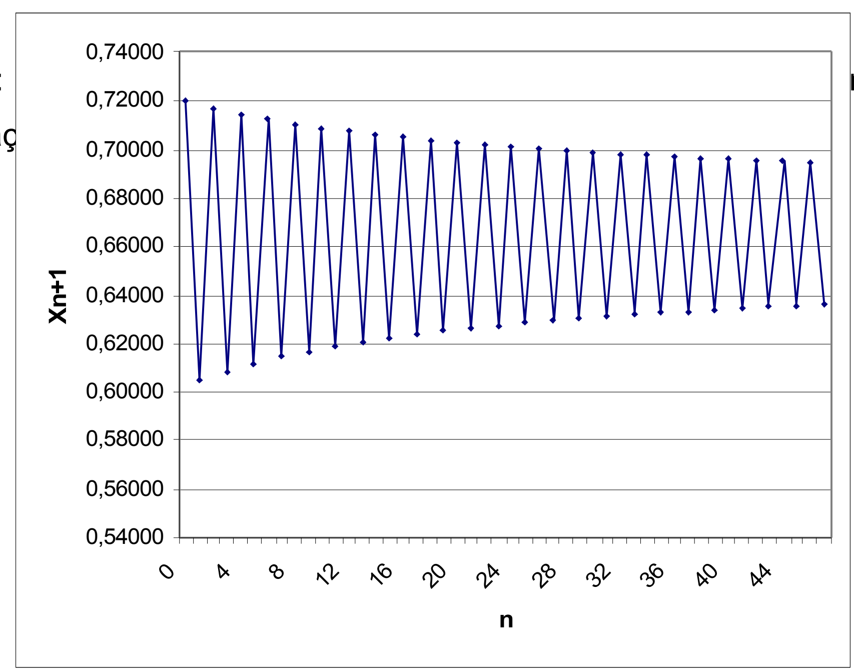
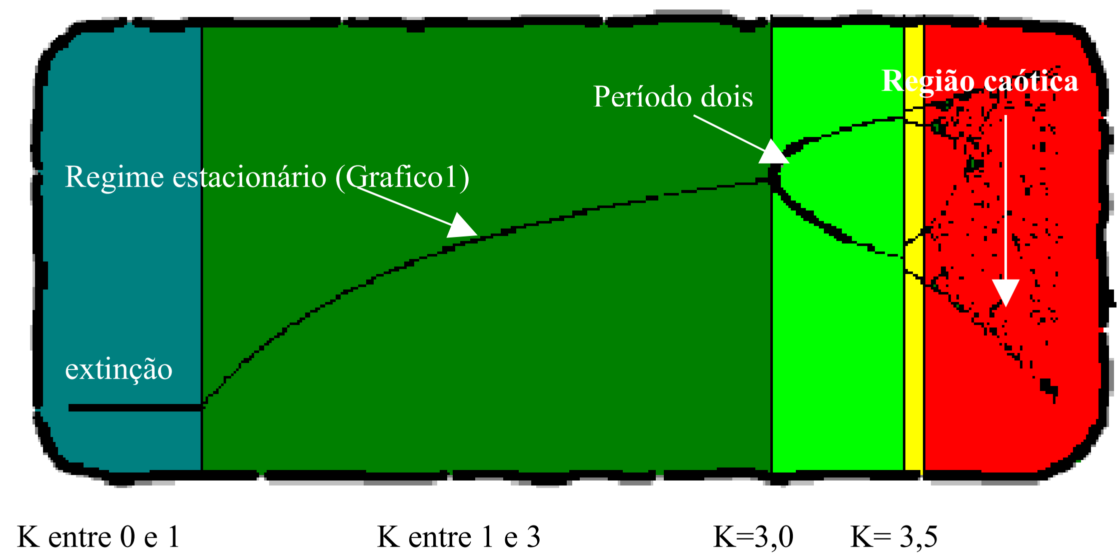


Gráfico 3: roduz o valor

da populaç

No lugar de usar diagramas individuais para mostrar o comportamento das populações com diferentes graus de fertilidade , pode-se usar um digrama de bifurcação para reunir todas as informações numa única imagem:

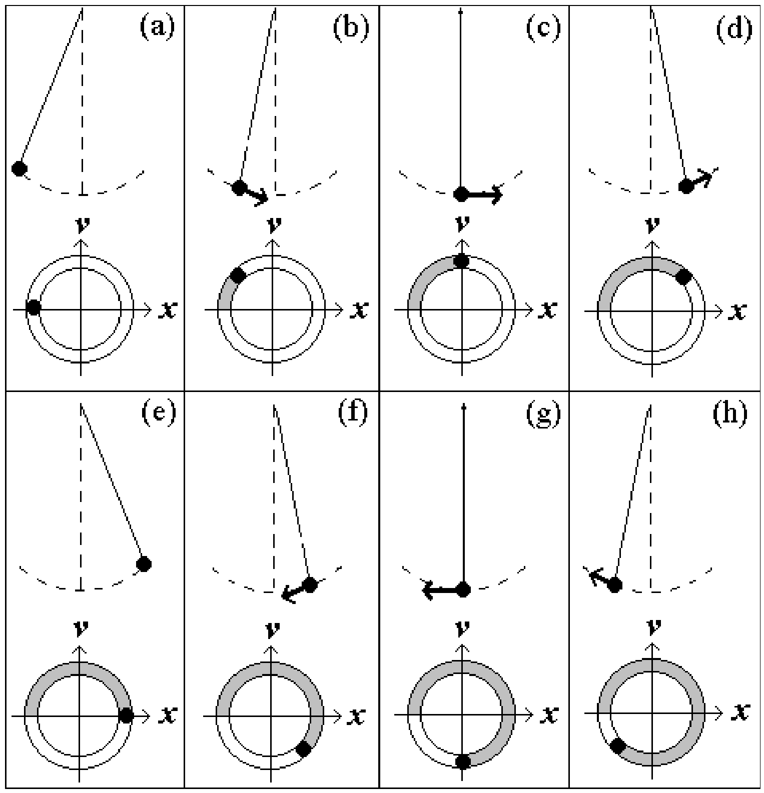


2.5 Espaço de fase[4]

"*É possível visualizar a evolução de um sistema ao longo do tempo através de uma seqüência de imagens ou de gráficos de suas variáveis ao longo do tempo. Uma maneira muito conveniente de visualizar o comportamento global de um sistema, particularmente a longo prazo é através de sua representação no espaço de fase. Imagine o movimento de um pêndulo e acompanhe-o na figura mais abaixo. Em cada figura, abaixo da representação do pêndulo, há um diagrama do*

[4] Texto retirado de http://www.eciencia.usp.br/exposicao/caos/espaco_fase.html (ultimo acesso em 13/05/2005).

espaço de fase: o eixo horizontal (x) representa a posição do pêndulo, enquanto o eixo vertical (v) representa a velocidade em que se encontra.



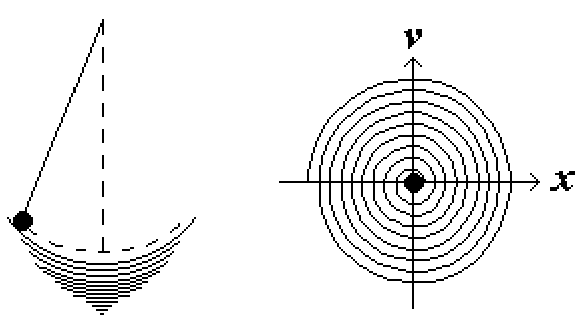
Suponha que seja solto de uma posição levemente à esquerda da linha vertical que passa pelo centro de suspensão. Nesse momento, a sua posição é, digamos, -10 e sua velocidade é 0 (zero). Liberado (a), a velocidade do pêndulo começa a aumentar à medida que se aproxima da linha vertical (b). Quando passa por esta linha está no ponto mais baixo e veloz de seu movimento (c).

Sua posição, no nosso esquema, será 0 (zero). O pêndulo continua, perdendo velocidade à medida que move-se para a direita (d).

No outro extremo da oscilação, à direita da linha vertical, o pêndulo pára momentaneamente (velocidade igual a 0) (e). Sua posição é então simétrica à do início do movimento (10, o mesmo valor mas com sinal contrário). O movimento prossegue e o pêndulo retorna. Quando passa pela linha vertical, novamente está no seu ponto mais veloz (g). No entanto, dirige-se para o outro lado (esquerda), por isso o sinal negativo na velocidade. Pouco depois o pêndulo está em sua posição inicial, fechando o ciclo (a).

O movimento prossegue. Num sistema ideal não haveria qualquer atrito no ponto de suspensão ou do pêndulo com o ar e o movimento repetir-se-ia ad infinitum. Numa situação mais realista o atrito no ponto de suspensão ou no ar vai fazendo com que a amplitude de oscilação diminua progressivamente até a parada total do pêndulo. No caso de um pêndulo com atrito a trajetória no espaço de fase é uma espiral (posição e velocidades progressivamente menores), atingindo finalmente um ponto, quando o pêndulo pára (posição e velocidade iguais a zero). Este ponto é chamado de **atrator**, pois o sistema é atraído para ele."

Levando em conta estas considerações podemos entender mais claramente os retratos de fase representados abaixo:



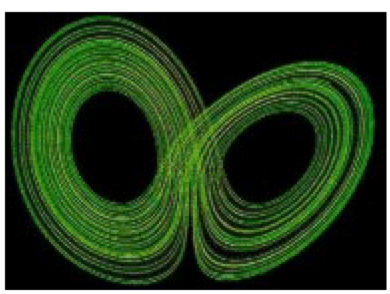
2.6 Atratores e Fractais

Um atrator é o conjunto de pontos no espaço de fase para o qual um sistema tende a ir à medida que evolui. O atrator pode ser um único ponto, uma curva fechada (ciclo limite) que descreve um sistema de comportamento periódico, ou um **fractal** (também chamado de **atrator estranho**), quando o sistema apresenta caos.

Em sistemas caóticos o movimento nunca se repete, apesar de muitas vezes ter que ocorrer dentro de certos limites. Assim, somente uma figura infinitamente complexa - um fractal - pode dar conta de representar esta trajetória que nunca se repete no espaço de fase.

Em 1971, o físico matemático belga David Ruelle apresentou na Califórnia uma palestra intitulada “Os atratores estranhos como uma explicação matemática da turbulência”. O termo “atrator estranho” foi citado pela primeira vez no artigo conjunto de Ruelle e Floris Takens: “Sobre a natureza da turbulência”, que originou a palestra supra citada.

Este artigo influenciou enormemente a recém criada teoria do caos. Atrator é apenas uma representação gráfica de estados de um sistema. Mesmo sem jamais ter ouvido falar sobre atratores, Lorenz já havia visto um; seu atrator assemelhava-se a uma borboleta, como na figura abaixo.



Embora a palestra de Ruelle tenha chamado a atenção dos estudiosos do caos para uma forma de representação gráfica bastante interessante, nenhuma influência seria de tal monta como a que causou um instigante artigo elaborado por Lorenz. Intitulado “Previsibilidade: o bater de asas de uma borboleta no Brasil desencadeia um tornado no Texas?”, o artigo foi apresentado em 1972 em um encontro em Washington. Lorenz não responde à pergunta mas argumenta que:

a) se um simples bater de asas de uma borboleta pode ocasionar um tornado, então todos os bateres anteriores e posteriores de suas asas, e ainda mais, as atividades de outras inúmeras criaturas também o poderão;

b) se um simples bater de asas de uma borboleta pode ocasionar um tornado que, de outra forma, não teria acontecido, igualmente pode evitar um tornado que poderia ser formado sem sua influência.

O que Lorenz queria dizer é que insignificantes fatores podem amplificar-se temporalmente de forma a mudar radicalmente um estado. Assim, a previsão do tempo a longo prazo continua a ser algo inalcançável, pelo fato de que nossas observações são deficientes e os arredondamentos que utilizamos, inevitáveis.

O *best seller* de James Gleick “Caos: a criação de uma nova ciência” (1987) apresenta como um dos principais capítulos o intitulado “O efeito borboleta”. De uma forma tão coincidentemente incrível, como talvez somente o destino consegue fazer, a *forma* do atrator de Lorenz e o *ponto principal* deste seu artigo são os mesmos: *a borboleta*. Por isto costuma-se associar à teoria do caos o chamado “efeito borboleta”.

CAOS = sensibilidade à condições iniciais = imprevisibilidade

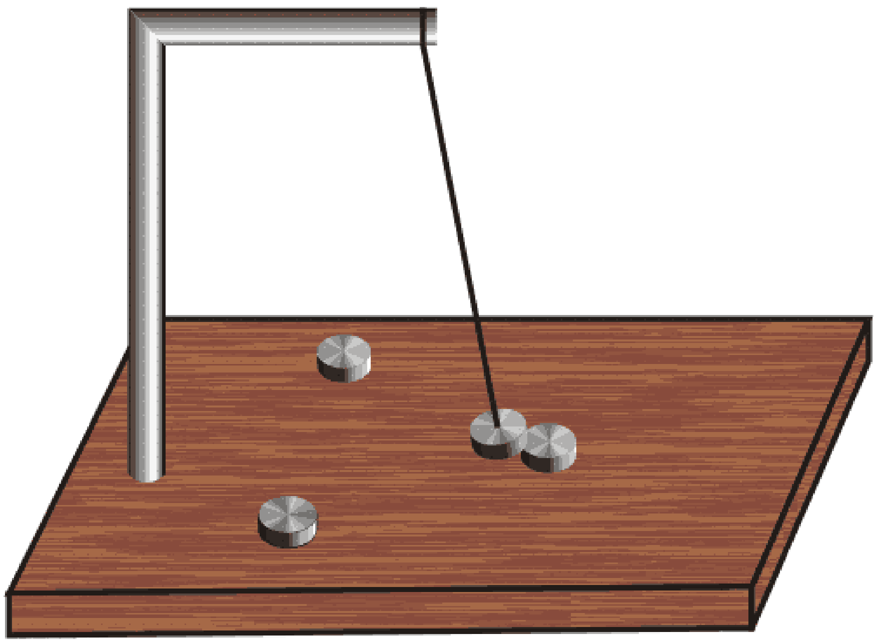
2.6 Objeto Caótico:

Podemos construir objetos cujo movimento apresenta dependência sensível das condições iniciais sendo, portanto, caóticos.

Por se tratar de um objeto, certos aparatos, criatividade e técnicas serão indispensáveis. Você precisará de:

- quatro magnetos cilíndricos (como os ímãs de geladeira),
- uma base retangular de madeira,
- uma haste em forma de “L”,
- fio de material resistente.

<u>Esquema da montagem</u>



1. Na base, os ímãs precisam se fixados configurando-se como vértices de um triângulo eqüilátero. Todos devem apresentar o mesmo pólo voltado para cima (verifique isto utilizando outro ímã, de forma que este último seja atraído por cada um dos outros três da base – ou repelido).
2. A haste deve ser presa firmemente à base, conforme a figura. Nesta haste encontra-se um pêndulo.
3. Este pêndulo consiste em fio em cuja extremidade pende um quarto magneto. A junção entre o fio e o magneto é uma questão delicada, haja vista o fato de que o ímã deve manter uma face voltada para baixo. Tal face deve ser de pólo oposto aos pólos dos magnetos da base, para que se atraiam (o inverso também

funciona, embora de forma um pouco diferente). Você pode usar fita adesiva na fixação do magneto ao fio, “encapando” ambos juntamente. Ainda pode ser usado, ao invés do fio, uma haste rígida mas com liberdade de giro em sua conexão com a haste em “L”. É mais difícil, todavia melhor.

Ajuste da Posição

Para melhor funcionamento, o magneto do pêndulo, quando em repouso, deve encontrar-se exatamente no centro do triângulo da base, para que seja atraído igualmente para cada magneto.

Funcionamento

Quando deslocamos o magneto pendular de sua posição de equilíbrio, o mesmo tende a voltar a sua posição de inicial, devido à força da gravidade. O campo magnético de cada ímã intensifica este efeito, aumentando a velocidade do ímã em infinitas direções.
O resultado disto é uma infinidade de movimentos muito interessantes. O pêndulo hora gira entre dois magnetos, movendo-se em forma de “8”; hora gira em círculos em torno de um magneto e hora movimenta-se num caminho conjugado destes dois estilos, de forma "selvagem" (como costuma dizer um professor meu).
A seqüência destes movimentos depende da posição em que se solta o pêndulo. Mesmo que você se esforce para colocar o pêndulo exatamente em um certo ponto, para que uma certa seqüência de movimentos ocorra, você não conseguirá.

Isto acontece devido à dependência sensível das condições iniciais ou efeito borboleta. Assim, pequenas modificações na posição inicial dos componentes do sistema, e mesmo pequenas perturbações no ambiente, causam grandes modificações na trajetória do magneto no decorrer do tempo.

ALGUMAS OBSERVAÇÕES IMPORTANTES:

- As equações de Newton são determinísticas: dada uma condição inicial devemos ser capazes de determinar o movimento futuro.
- J.C. Maxwell e H. Poincaré: toda causa tem um efeito, mas causas muito parecidas podem ter efeitos muito diferentes!
- Lorenz: sistemas muito simples podem ter comportamentos complexos, onde pequenas diferenças são amplificadas, levando a um comportamento aleatório

ANÁLISE DA REALIDADE E A MATEMÁTICA DAS FUNÇÕES[5]

(Pequena conversa que antecede a compreensão do caos pela Física)

A realidade que se busca entender mostra-se com características especiais:

primeiramente temos que considerar a *interdependência* das coisas. Tudo no mundo se relaciona com tudo. Se pensarmos no desenvolvimento de um animal , temos que olhar o lugar onde habita, o clima desse lugar,as condições de alimentação, a existência de outros animais que podem colaborar para sua sobrevivência ou para sua destruição , na interferência humana , enfim, em diversas *variáveis* que podem influenciar diretamente nesse desenvolvimento.

em segundo lugar, temos que pensar nas *transformações.* O mundo está sempre em evolução. Tudo se transforma, como já havia dito Heráclito. Essa evolução é percebida, em grande escala, como pensarmos na expansão do Universo, e, em micro-escala, nos movimentos das partículas que constituem o átomo.

Temos então pela frente uma *dificuldade :*já que tudo depende de tudo, como fixar a atenção num objeto único de estudo? Se tudo se transforma, como se dedicar a qualquer estudo?

A resposta para isso é fazer um *recorte* na realidade e *isolarmos* o que está sendo estudado. Claro que ao adotarmos tal comportamento ainda assim corremos o risco de nos depararmos com o *inesperado*, o que acontecerá se não tomarmos cuidado em isolarmos adequadamente o elemento que queremos estudar. Convém notar que acontecimentos inesperados não são ruins, e na

[5] Texto elaborado por Maria Helena Soares de Souza e Walter Spinelli

verdade muitas vezes impulsionam estudos.e descobertas. No entanto, dependendo do tipo de trabalho será necessário evitar tais imprevistos.

Considerando o estudo de um elemento *isolado,* devemos pensar em atributos de *qualidade, como por exemplo* se esse elemento é curvo ou retilíneo, se é uniforme ou não, se é isolante ou condutor e assim por diante. . Algumas qualidades são i*ntrínsecas*, como o fato de um corpo ser redondo, por exemplo, e outras podem ser modificadas, como o movimento de um objeto, que pode mudar de tipo e transformar-se assim em outro elemento a ser estudado.

Há níveis de qualidade a serem considerados , mas há qualidades que não admitem graus . Uma circunferência não é mais circular do que outra , mas um objeto pode ser mais quente do que outro. Assim, podemos dizer que *quantidade* é atributo de *qualidade*.

Precisamos ficar atentos quanto ao sentido da palavra quantidade. Ela na linguagem corrente está associada a um número . Aqui estaremos usando-a sem pensar nem mesmo em medidas.

Podemos dizer que uma pessoa é mais corajosa que outra, sem conseguirmos medir propriamente a coragem. A variação da quantidade de coragem não pode ser expressa em números. No entanto sabemos reconhecer mais coragem numa pessoa do que em outra.

Muitas vezes , transformações de quantidade alteram a qualidade. Imagine um pára-quedista que começa a cair livremente no ar. O movimento dele, no início da queda é uniformemente acelerado , obedecendo à lei da gravidade. Depois a resistência do ar vai freando mais e mais a sua queda e seu movimento vai se tornando uniforme. O que acontece nesse caso é que a velocidade não aumenta mais a partir de um certo valor limite , tornando-se constante até o final do movimento.

Suponha que isolemos o *movimento* do pára-quedista para estudo. Vimos que a alteração da quantidade da velocidade mudou o movimento de acelerado para uniforme. Houve então uma modificação na qualidade do ser que isolamos a partir da transformação da quantidade.

Quando estudamos fenômenos naturais, o que fazemos é analisar transformações de quantidade capazes de mudar um objeto de estudo em outro. Procuramos as causas dessas transformações , buscando explicações *coerentes* e que possam ser *repetidas* e *previstas.* Se conseguirmos isso, construímos o que chamamos de ***lei***, que nada mais é do que reconhecer e aceitar a regularidade dessa transformação.

Teoria do Caos[6]

Como a Física "vê" o Caos

O Objeto da Física é explicar o mundo que os cerca. Normalmente para isso um físico, delimita um pedaço da realidade, um conjunto de conceitos e estabelece relações entre as grandezas físicas e matemáticas. Isso corresponde a uma Teoria Física.

Uma Teoria é tanto melhor quanto mais ela se aproxime da realidade e quanto mais abrangente ela for.

A partir destes recortes surgem sistemas físicos que por vezes são bem comportados e que são muitos bem "controlados" ou seja conhecidas as leis físicas e as condições iniciais, podemos prever com precisão o seu estado em qualquer instante de tempo (estado corresponde a posição e velocidade por exemplo). Esses sistemas são lineares, dentro de certos limites, podemos deixar de lado as complexidades e obter aproximações bem razoáveis do seu estado.
Um pendulo simples por exemplo, lançados a pequenas amplitudes podemos predizer quando os seu movimento irá cessar devido ao atrito ou ainda podemos saber com uma certa precisão o seu período , etc.

No entanto há outros sistemas que não são tão comportados assim, estes são chamados não lineares, as suas equações nem sempre apresentam soluções, descrevem situações de alta sensibilidade das condições iniciais, apresentam

[6] Texto elaborado por Marisa Almeida Cavalcante

retroalimentações de dados e são dissipativas. Para estes sistemas uma pequena causa pode dar origem a um grande efeito.

Por que isso ocorre? Em primeiro lugar porque nenhum sistema físico é isolado existem interações e conseqüente interdependência com outros sistemas e estas interações podem acarretar grandes modificações no seu comportamento final. Isso acaba por gerar o que chamamos de caos deterministico. Embora sujeito a leis físicas deterministas as interações entre os sistemas podem torna-lo hipersensível as condições iniciais e como conseqüência seu estado no futuro será imprevisível.

Um exemplo disso pode ser o mesmo pendulo agora sujeito a ação de campos magnéticos. A trajetória deste pendulo fica submetida às condições de seu lançamento. O movimento do pendulo parece “demonstrar uma espécie de livre arbítrio”.

Um simples não ou sim pode por muitas vezes mudar o destino das pessoas.... Um pequeno atraso na saída de casa, ou um pneu furado no caminho....etc.

Com a teoria do Caos foi possível se descobrir que sistemas complexos como por exemplo a previsão do tempo podem ser traduzidos por equações matemáticas simples. Do mesmo modo que sistemas aparentemente simples e modelos deterministas podiam nos levar a problemas muitos complexos.

Um sistema passa facilmente para um estado caótico podendo no entanto surgir de maneira espontânea dentro do Caos a ordem.

Ao mesmo tempo em que a natureza (constituídas por sistemas dinâmicos), nos impõe fenômenos irregulares e aperiódicos ela também aponta para uma certa sintropia (grau de organização de um sistema e portanto contrario de entropia). Ou seja a inter-relação e a interdependência de partículas podem gerar sistemas auto-organizados. Contraditoriamente as perturbações em um sistema podem ser a chave para a ordem. Isso seria por exemplo uma forma de explicar o surgimento da vida nos planetas.

É essa ordem oculta que permite que o nosso cérebro selecione do meio caótico apenas o que é necessário para a nossa compreensão ou ainda as manifestações do mercado financeiro, o crescimento populacional em ecossistemas, etc.

Encerrando...

É preciso dizer que caos não é propriamente desordem e ninguém melhor que Laerte, com os Piratas do Tietê, para reforçar humoradamente a idéia.

B

BOM TRABALHO A TODOS!